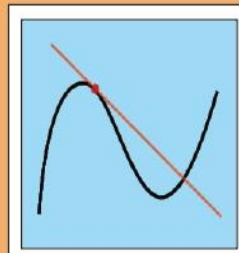


# Modul Pembelajaran Turunan Fungsi Aljabar

Strategi Worked Example Tanpa Voice Note Group WhatsApp dan Strategi Worked Example dengan Voice Note Group WhatsApp



$$\frac{dy}{dx}$$

Nama : .....  
Kelas : .....  
Nomor absen : .....  
Sekolah : .....

**SMA**

**IX**

Semester 2

## MODUL PEMBELAJARAN

Dikembangkan menggunakan strategi *worked example* tanpa *voice note group whatsapp* dan strategi *worked example* dengan *voice note group whatsapp* sesuai dengan kurikulum 2013 yang mengacu pada Permendikbud RI Nomor 37 Tahun 2018

Untuk peserta didik SMA/MA Kelas XI

Semester genap

Materi turunan fungsi aljabar

Penulis : Wahyuni Eka Maryati, Endah Retnowati, M. Ed., Ph. D.

Layouter : Wahyuni Eka Maryati

Desain cover : Wahyuni Eka Maryati

Validator : Endah Retnowati, M. Ed., Ph. D.

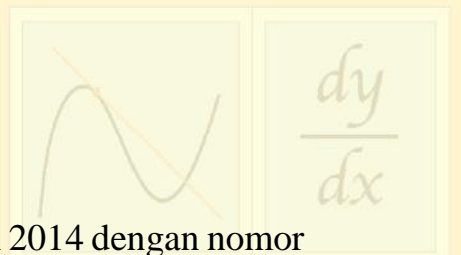
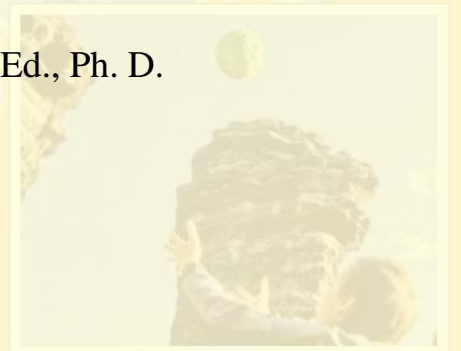
Ukuran : 21 cm × 29,7 cm (A4)

Tebal : 80 gsm

Hak Cipta dilindungi oleh Undang-Undang Nomor 28 Tahun 2014 dengan nomor pencatatan 000283026.

Universitas Negeri Yogyakarta

2021



## KATA PENGANTAR

Puji dan puja syukur atas kehadiran Allah SWT. yang telah melimpahkan rahmat serta hidayat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan modul pembelajaran materi turunan fungsi aljabar menggunakan strategi pembelajaran *worked example* tanpa *voice note group whatsapp* dan strategi *worked example* dengan *voice note group whatsapp*. Modul ini disusun sesuai dengan kurikulum 2013 yang mengacu pada Permendikbud RI Nomor 37 Tahun 2018. Modul ini menggunakan strategi pembelajaran *worked example* dengan mempertimbangkan *cognitive load* peserta didik dan kemampuan komputasi.

*Worked example* merupakan bentuk pembelajaran paling efektif dalam menguasai materi baru karena memberikan fasilitas untuk mempelajari contoh dan mencoba memecahkan masalah yang serupa dengan solusi langkah demi langkah. Pembelajaran menggunakan *worked example* dilakukan dengan cara: (1) peserta didik membaca informasi berupa pembahasan suatu contoh soal langkah demi langkah, (2) informasi tersebut diatur ulang oleh peserta didik untuk menggabungkan informasi baru dengan informasi lama yang telah diperoleh dan disimpan dalam memori jangka panjang (mengaitkan antar bagian), (3) menjelaskan pada diri sendiri dengan membangun pengetahuan skematik baru, serta (4) membuat simpulan mengenai solusi yang disajikan pada *worked example*.

Penyelesaian masalah dalam pembelajaran *worked example* sesuai dengan prosedur kemampuan komputasi yang dilakukan dengan mengajarkan peserta didik untuk berpikir logis, runtut, kritis, serta menggunakan strategi yang tepat dan efisien sehingga dapat meminimalkan terjadinya *split attention* dalam memahami turunan fungsi aljabar yang merupakan materi konseptual dan kompleks. Selain itu, tampilan desain modul dibuat sederhana untuk



meminimalkan muatan kognitif *extraneous* peserta didik yang dilengkapi dengan skala kesulitan soal dari 1 sampai 9.

Kegiatan pembelajaran turunan fungsi aljabar secara *online* melalui media *group whatsapp* dapat dilakukan menggunakan fitur pesan suara (guru memberikan penjelasan berupa audio dan peserta didik mendengarkan saat pembelajaran berlangsung) dan fitur pesan *chat* (guru memberikan penjelasan berupa pesan tertulis dan peserta didik membaca dengan seksama). Selain media pesan suara dan pesan *chat*, peserta didik juga difasilitasi dengan gambar pendukung yang dapat membantu penjelasan guru. Pembaca dapat memilih salah satu strategi pembelajaran yang sesuai dengan kebutuhan peserta didik.

Penulis berharap, semoga modul pembelajaran ini dapat bermanfaat untuk menunjang keberhasilan pembelajaran di kelas baik yang dilaksanakan secara *online* maupun *offline*. Penulis mengucapkan terima kasih atas kritik dan saran yang membangun dari dosen, guru, dan semua peserta didik.

Penulis

2021

## DAFTAR ISI

<b>COVER LUAR</b> .....	<b>i</b>
<b>COVER DALAM</b> .....	<b>ii</b>
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	<b>iii</b>
<b>DAFTAR ISI</b> .....	<b>v</b>
<b>PENDAHULUAN</b> .....	<b>1</b>
A. <i>Worked Example</i> .....	1
B. <i>Voice Note Group WhatsApp</i> .....	1
C. <i>Cognitive Load</i> .....	2
D. Kemampuan Komputasi .....	3
E. Masalah Turunan Fungsi Aljabar .....	3
F. Rubrik Penilaian .....	4
<b>RPP STRATEGI <i>WORKED EXAMPLE</i> TANPA <i>VOICE NOTE</i></b> .....	<b>5</b>
RPP Pertemuan 1 .....	6
RPP Pertemuan 2 .....	17
RPP Pertemuan 3 .....	33
<b>LKPD STRATEGI <i>WORKED EXAMPLE</i> TANPA <i>VOICE NOTE</i></b> .....	<b>41</b>
Materi Turunan Fungsi Aljabar .....	42
Konsep Materi yang Akan Dipelajari .....	43
Definisi Turunan Fungsi Aljabar .....	44
Sifat-sifat Turunan Fungsi Aljabar dan Turunan Kedua Fungsi Aljabar .....	52

<b>RPP STRATEGI <i>WORKED EXAMPLE</i> DENGAN <i>VOICE NOTE</i> .....</b>	<b>91</b>
RPP Pertemuan 1 .....	92
RPP Pertemuan 2 .....	103
RPP Pertemuan 3 .....	119
<b>LKPD STRATEGI <i>WORKED EXAMPLE</i> DENGAN <i>VOICE NOTE</i> .....</b>	<b>127</b>
Materi Turunan Fungsi Aljabar .....	128
Konsep Materi yang Akan Dipelajari .....	129
Definisi Turunan Fungsi Aljabar .....	130
Sifat-sifat Turunan Fungsi Aljabar dan Turunan Kedua Fungsi Aljabar .....	138
<b><i>HANDOUT</i> TURUNAN FUNGSI ALJABAR .....</b>	<b>177</b>
<b>TES MATEMATIKA .....</b>	<b>191</b>
<i>Pre-Test</i> Limit Fungsi Aljabar .....	192
<i>Post-Test</i> Turunan Fungsi Aljabar .....	195
<b>KUNCI JAWABAN .....</b>	<b>206</b>
Kunci Jawaban LKPD .....	207
Kunci Jawaban Tes Matematika .....	225
<b>TIPS BELAJAR MATEMATIKA .....</b>	<b>233</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA .....</b>	<b>234</b>

## PENDAHULUAN

### A. *Worked Example*

Seel (2012) menyatakan bahwa *worked example* memberikan solusi langkah demi langkah untuk masalah atau tugas. *Worked example* terjadi ketika pembelajaran ditingkatkan dengan mempelajari contoh-contoh. *Worked example* merupakan bentuk pembelajaran paling efektif dalam menguasai materi baru karena memberikan fasilitas untuk mempelajari contoh dan mencoba untuk memecahkan masalah yang serupa. Renkl (2014b, 2017) menyatakan bahwa hasil metode pembelajaran *worked example* pada awal keterampilan kognitif yaitu peserta didik mendapatkan manfaat tambahan dengan mempelajari contoh-contoh yang dikerjakan dibandingkan dengan memecahkan masalah. Secara khusus, *worked example* menunjukkan solusi algoritmik untuk masalah matematika. Banyak guru berpikir bahwa pemberian contoh mampu menumbuhkan pengetahuan tentang prosedur atau cara menyelesaikan masalah tetapi tidak memahami pengetahuan konseptual, perpindahan ke masalah yang baru, atau keterampilan menggunakan pengalaman yang diperoleh untuk menyelesaikan masalah.

*Worked example* menurut (Kirschner, Sweller, & Clark, 2006) memberikan solusi langkah demi langkah untuk masalah atau tugas yang diberikan berdasarkan instruksi yang jelas. Hal tersebut sejalan dengan pendapat (Sweller, 2011) yang menyatakan bahwa dalam kasus *worked example*, informasi diperoleh dari memori jangka panjang konstruktor *worked example*. Namun, informasi tersebut diatur ulang oleh peserta didik untuk menggabungkan informasi baru dengan informasi lama yang telah diperoleh dan disimpan dalam memori jangka panjang. Hal tersebut dikarenakan *worked example* menyediakan lingkungan muatan kognitif yang rendah dibandingkan dengan mencari pemecahan masalah, pembelajaran dapat ditingkatkan melalui pembangunan pengetahuan skematik baru (Retnowati, Ayres, & Sweller, 2017).

### B. *Voice Note Group WhatsApp*

Pesan suara atau *voice-note whatsapp* memungkinkan pengguna untuk berkomunikasi secara instan dengan kontak telepon dan grup. Pengguna dapat menyampaikan informasi penting dan dapat diunduh secara otomatis berdasarkan pengaturan pada *whatsapp*. Suara pengguna dapat digunakan untuk mengungkapkan pesan ekspresi yang dirasakan dan cocok untuk membuat sapaan singkat atau cerita yang

lebih panjang. Hanya dengan satu ketukan pengguna dapat merekam pesan suara (WhatsApp Inc., 2021).

Pembelajaran *online* dengan menggunakan alat bantu *voice-note whatsapp* memberikan kejelasan terhadap teks yang dituliskan guru dalam pesan *chat*. Pada penulisan pesan *chat*, guru hanya dapat melakukan penjelasan materi pembelajaran dengan penekanan intonasi melalui tanda baca. Selain itu, penggunaan tanda baca dalam penulisan *chat* juga memiliki kendala pada persepsi setiap peserta didik yang akan menafsirkan penjelasan dari guru secara berbeda-beda, sehingga hal tersebut menjadikan miskonsepsi terhadap apa yang disampaikan oleh guru dengan apa yang dipahami oleh peserta didik. Pesan suara atau *voice-note group whatsapp* membantu guru untuk menjelaskan secara langsung dengan ekspresi dan intonasi yang sesuai dengan ucapan guru saat melakukan perekaman suara. Hal tersebut menjadi keunggulan fitur *voice-note whatsapp* dalam kegiatan pembelajaran *online*.

### C. *Cognitive Load*

Informasi perlu disajikan dengan mengurangi pemrosesan yang tidak diperlukan dan teori muatan kognitif sangat berkaitan dengan prosedur dalam menyajikan informasi baru kepada peserta didik dengan cara mengurangi muatan kognitif yang tidak diperlukan dan meningkatkan aspek muatan kognitif yang mengarah pada pembelajaran (Sweller, Ayres, & Kalyuga, 2011). Terdapat tiga jenis utama muatan kognitif yaitu muatan intrinsik (*intrinsic load*), muatan konstruktif (*germane load/ relevant load*), dan muatan ekstrinsik (*extraneous load/ irrelevant load*).

Sweller et al. (2011) menyatakan bahwa muatan kognitif total yang terdiri dari muatan kognitif *intrinsic* dan *extraneous*, tidak boleh melebihi sumber memori kerja. Jika muatan kognitif total terlalu tinggi, pemrosesan informasi yang diperlukan menjadi sulit dan pembelajaran dapat berhenti. Jika muatan kognitif *intrinsic* tinggi, tingkat muatan kognitif *extraneous* dapat menjadi kritis. Kemampuan penyimpanan dan pemrosesan memori kerja saling bergantian satu sama lain. Ketika muatan memori meningkat di atas ambang batas, kinerja seseorang dapat menurun. Perubahan kapasitas total disebabkan oleh kelelahan atau usia yang mempengaruhi kinerja dalam berbagai tugas (Kalyuga, 2009).

Sedangkan, untuk memperoleh data *cognitive load* menggunakan skala kesulitan soal dalam lembar kerja peserta didik [LKPD] dan skala kesulitan soal dalam *post test* turunan fungsi aljabar. Skala tersebut dicantumkan pada setiap soal yang diberikan dalam



kelas eksperimen *worked example* tanpa *voice note group whatsapp* dan kelas *worked example* dengan *voice note group whatsapp*. Skala kesulitan soal yang digunakan adalah skala riklet 9 poin dengan kriteria poin 1 (sangat-sangat mudah) hingga poin 9 (sangat-sangat sulit) sebagai berikut.

**Tabel 1.** Skala riklet 9 poin

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Sangat-sangat mudah	Sangat mudah	Mudah	Agak mudah	Tidak mudah tidak sulit	Agak sulit	Sulit	Sangat sulit	Sangat-sangat sulit

#### D. Kemampuan Komputasi

Kemampuan komputasi dibangun berdasarkan kekuatan dan batas proses komputasi. Metode dan model komputasi memberi keberanian kepada peserta didik untuk memecahkan masalah dan merancang sistem penyelesaian yang tidak dapat ditangani oleh peserta didik sendiri. Kemampuan berpikir komputasi menggunakan abstraksi dan dekomposisi untuk menyelesaikan tugas kompleks yang besar atau merancang sistem kompleks yang besar. Hal tersebut merupakan pilihan yang sesuai untuk merepresentasikan suatu masalah atau memodelkan aspek-aspek yang relevan dari suatu masalah agar mudah untuk dikerjakan oleh peserta didik (Wing, 2006).

Kemampuan komputasi menggunakan pendekatan untuk memecahkan masalah, merancang sistem, dan memahami perilaku peserta didik dengan mengacu pada konsep dasar komputasi (Wing, 2008). Identifikasi berpikir komputasi menurut (Rich & Matthew, 2016) sebagai proses pemecahan masalah yang meliputi: (a) rumusan masalah dengan memanfaatkan teknologi untuk menyelesaikannya, (b) menyusun secara logis dan menganalisis data, (c) abstraksi melalui representasi data, model, dan simulasi, (d) otomatisasi algoritma, (e) meningkatkan penyusunan rencana melalui langkah-langkah efisien, dan (f) menggeneralisasi proses pemecahan masalah.

#### E. Masalah Turunan Fungsi Aljabar

Hasanah (2019) menyatakan bahwa faktor penyebab kesulitan peserta didik dalam memahami dan menyelesaikan masalah turunan fungsi aljabar yaitu (1) kesulitan dalam *arithmetic skill* karena peserta didik tidak mampu menganalisis teknik penurunan fungsi aljabar, tidak menggunakan konsep dasar turunan dan alur algoritma penyelesaian yang tepat untuk suatu permasalahan yang disajikan, kesalahan dalam penyelesaian prosedur penurunan, serta terburu-buru dalam mengerjakan sehingga tidak teliti dan tidak

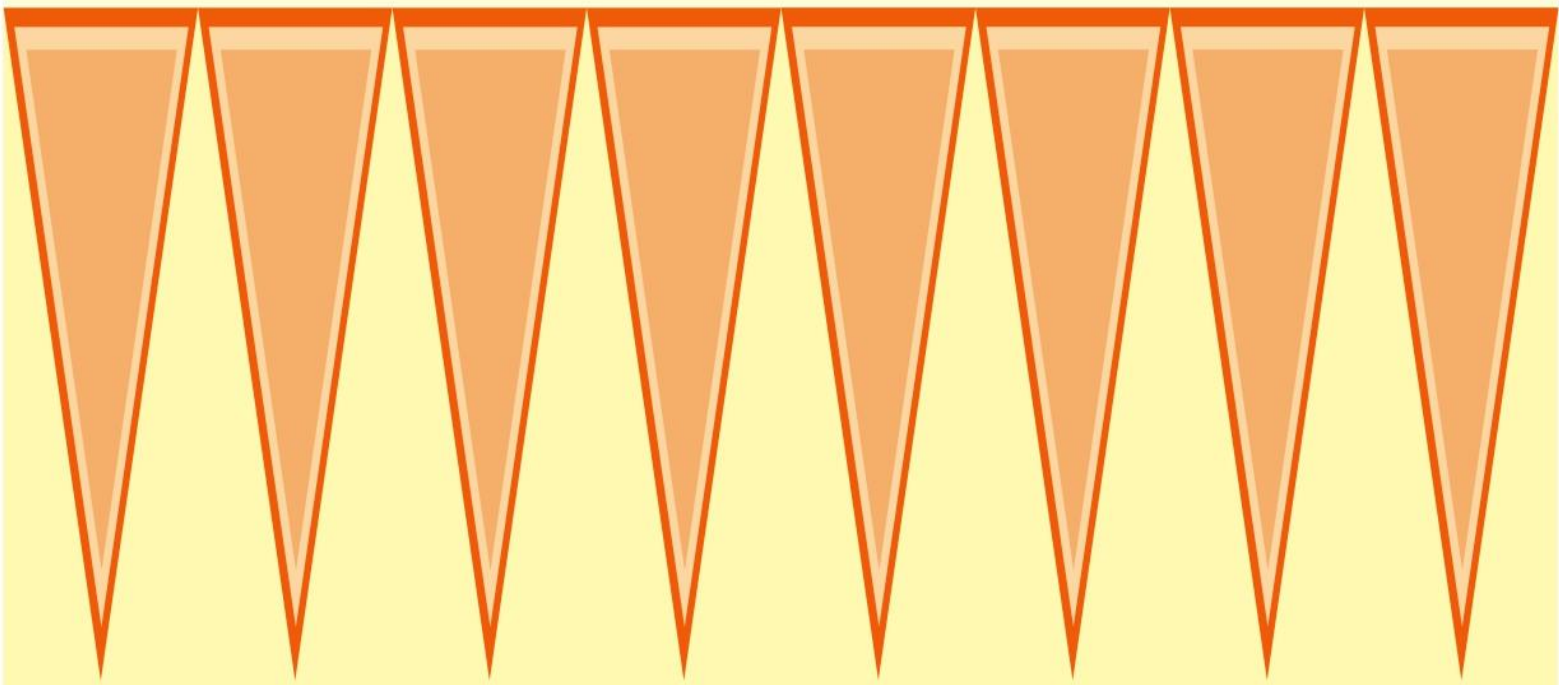
maksimal; (2) kesulitan dalam *number fact skill* yang disebabkan karena tidak memahami operasi matematika dengan baik serta kesalahan dalam perhitungan angka dan variabel; (3) kesulitan dalam *information skill* yang disebabkan karena kesalahan membaca dan menginterpretasi soal, pemodelan matematika atau manipulasi aljabar yang tidak tepat, serta salah dalam menggunakan konsep turunan yang sesuai.

## F. Rubrik Penilaian

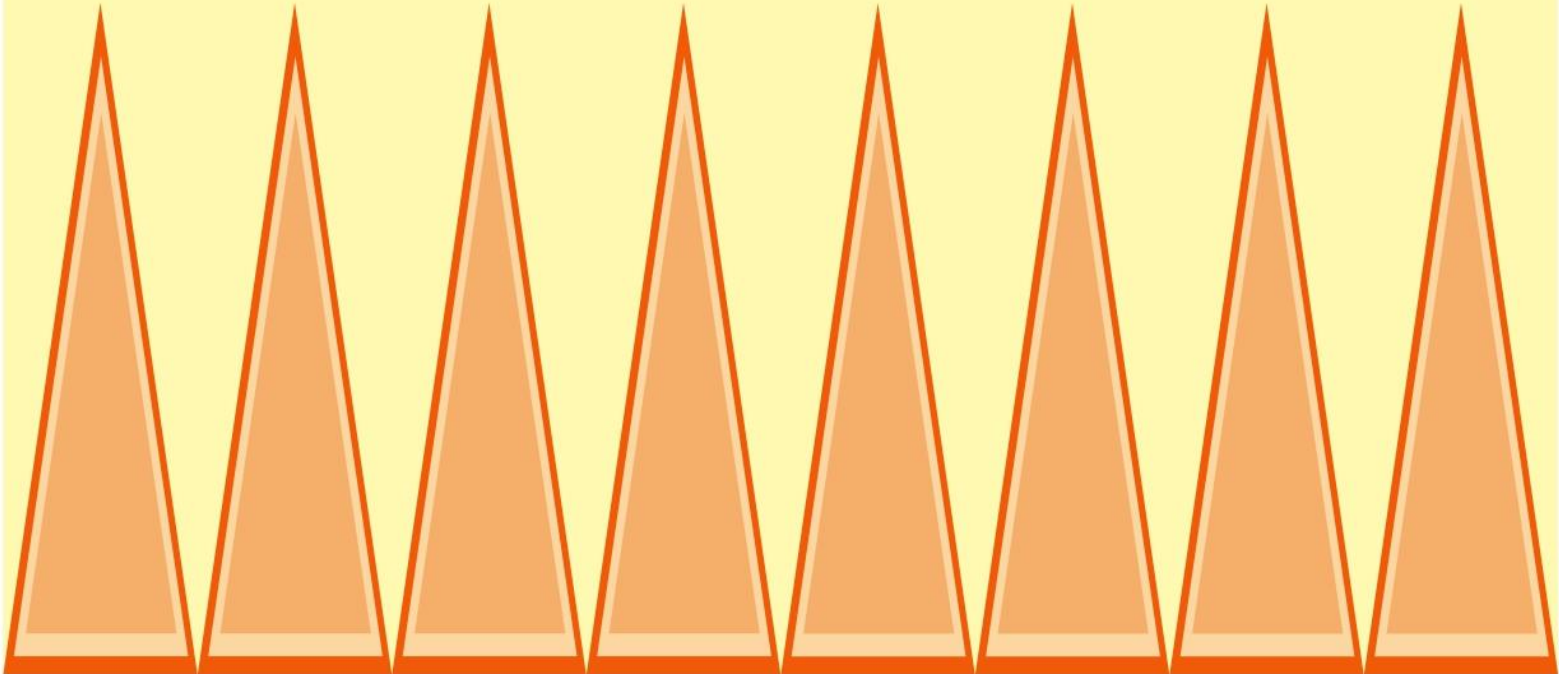
Pedoman penskoran yang digunakan untuk memperoleh data kemampuan komputasi mengacu pada sembilan aspek utama penilaian menurut (Brennan & Resnick, 2012; Csizmadia et al., 2015) yang terdiri dari: (1) *algorithmic thinking* (membuat urutan langkah penyelesaian yang sesuai), (2) *decomposition* (menguraikan/mengidentifikasi informasi dalam soal), (3) *generalization/inferencing* (mengaitkan pengetahuan awal dengan kemampuan penyelesaian masalah dalam soal), (4) *abstraction* (mengevaluasi informasi penting dan tidak penting), (5) *evaluation* (mengevaluasi solusi yang diperoleh sudah benar dan tepat), (6) *incremental/iterative thinking* (menerapkan rencana yang telah disusun untuk menyelesaikan masalah), (7) *testing and debugging* (mengembangkan strategi penyelesaian masalah), (8) *reusing and remixing* (menyelesaikan masalah dengan cara yang bermakna), serta (9) *modularizing* (menyimpulkan langkah penyelesaian masalah dengan tepat). Berikut merupakan tabel pedoman penskoran secara umum.

**Tabel 2.** Pedoman penskoran kemampuan komputasi

Skor	Kemampuan komputasi dalam perhitungan yang dilakukan peserta didik
10/9	Skor 10 apabila jawaban peserta didik memenuhi seluruh aspek utama penilaian dalam menuliskan identifikasi keterkaitan masalah, operasi hitung, proses dan hasil perhitungan, serta simpulan secara lengkap
	Skor 9 apabila jawaban peserta didik memenuhi seluruh aspek utama penilaian dalam menuliskan identifikasi keterkaitan masalah, operasi hitung, proses dan hasil perhitungan, tetapi tidak menuliskan simpulan
8	Skor 8 apabila jawaban peserta didik memenuhi seluruh aspek utama penilaian, tetapi tidak lengkap dalam perhitungan atau ada bagian yang terlewat
6	Skor 6 apabila jawaban peserta didik memenuhi seluruh aspek utama penilaian, tetapi tidak teliti menuliskan solusi akhir
4	Skor 4 apabila jawaban peserta didik memenuhi seluruh aspek utama penilaian, tetapi tidak teliti dalam menuliskan konsep, identifikasi keterkaitan masalah, dan proses perhitungan
2/1	Skor 2 apabila jawaban peserta didik hanya memenuhi aspek <i>decomposition</i> , salah konsep, operasi hitung dan proses tidak lengkap
	Skor 1 apabila jawaban peserta didik hanya memenuhi aspek <i>decomposition</i> , salah konsep, operasi hitung dan proses perhitungan yang salah serta tidak lengkap
0	Skor 0 apabila peserta didik tidak menjawab



**RPP**  
**STRATEGI *WORKED EXAMPLE***  
**TANPA *VOICE NOTE***



## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN 1

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Matahari
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/ Semester	: XI/ Genap
Alokasi Waktu	: 2 × 45 menit

---

### A. Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### B. Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi	3.8.1 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi</i>
	3.8.2 Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan
	3.8.3 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi
	3.8.4 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai
	3.8.5 Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya
	3.8.6 Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar

4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar	4.8.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar
--	--

**Keterangan:** dalam RPP ini yang dipelajari yang diberi tanda *bold*

### C. Tujuan Pembelajaran

1. ***Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru***
2. Peserta didik mampu memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
3. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
4. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai
5. Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
6. Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
7. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar

### D. Materi Pembelajaran

#### 1. Materi Pembelajaran Reguler

Turunan fungsi aljabar

#### 2. Materi Pembelajaran Remedial

Penguatan dan pembahasan soal atau materi turunan fungsi aljabar (turunan berdasarkan cara definisi) dari guru

#### 3. Materi Pembelajaran Pengayaan

Soal-soal latihan berdasarkan materi turunan fungsi aljabar (turunan berdasarkan cara definisi) yang telah disampaikan guru

### E. Metode Pembelajaran

Ceramah strategi *worked example* tanpa *voice note group whatsapp*

### F. Sumber Belajar

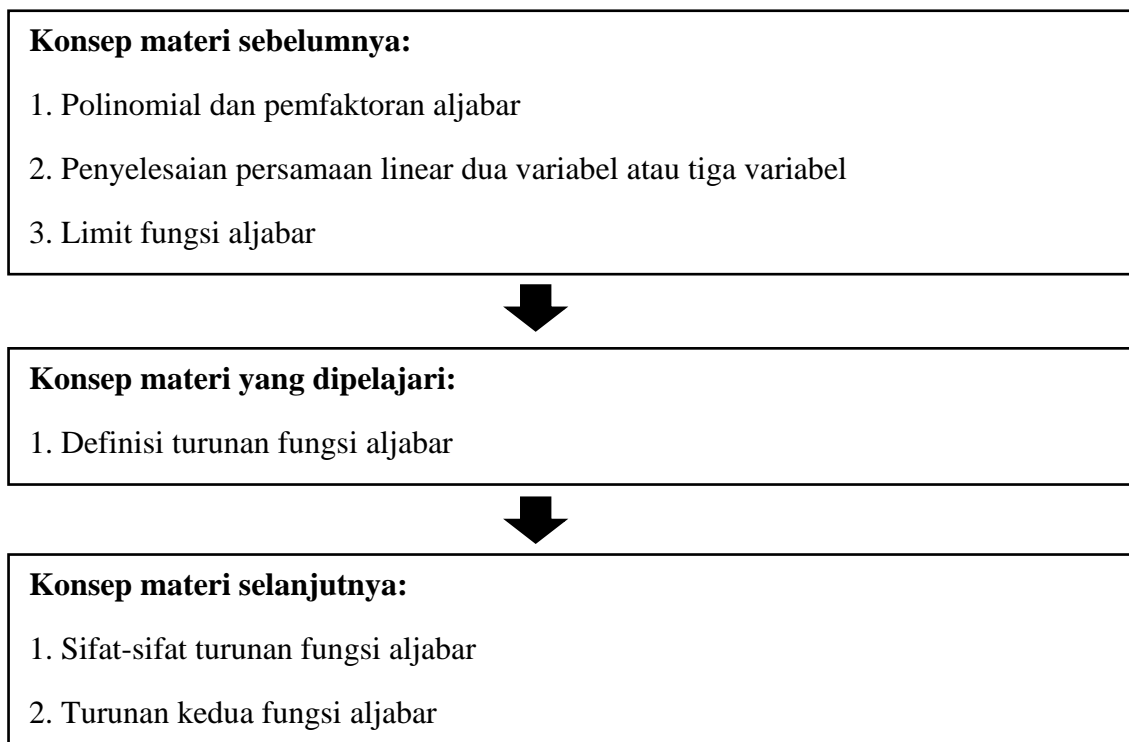
1. Miyanto, Anna Yuni Astuti, dan Muklis. (2020). *Matematika Untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Bantul: PT Penerbit Intan Pariwara (33-56).
2. Suprijanto, H. Sigit, dkk. (2009). *Matematika SMA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Yudhistira (197-227).



## G. Media Pembelajaran

1. Materi presentasi/ *handout*
2. Video penjelasan materi
3. LKPD#1 (Lembar Kerja Peserta Didik)
4. Sarana penunjang pembelajaran *online* (laptop, *handphone*, *ballpoint*, HVS atau kertas folio bergaris, dll)
5. Aplikasi Geogebra

## H. Skema Pembelajaran



## I. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran


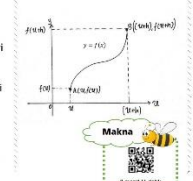

Kegiatan Pendahuluan		
Kegiatan	Gambar	Waktu
<p>Assalamu'alaikum warahmatullah....</p> <p>Sebelumnya saya ucapkan terimakasih kepada Pak Jumadi dan anak-anak yang sudah memberikan izin untuk melakukan praktik mengajar kembali disini untuk 3 pertemuan.</p> <p>Anak-anak, sebelum kita memulai kegiatan pembelajaran hari ini mari kita berdoa menurut agama dan kepercayaan masing-masing.</p>		2 menit

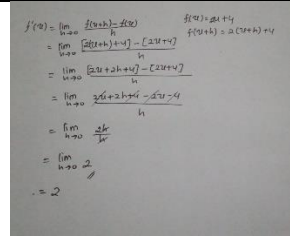

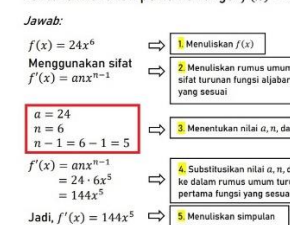
<p>Hallo anak-anak, bagaimana kabarnya hari ini? Perkenalkan saya Wahyuni Eka Maryati yang akan menemani kalian untuk belajar. Berhubung ibu saat ini sedang skripsi ingin meminta bantuan anak-anak semua untuk berpartisipasi dalam kegiatan pembelajaran ini.</p> <p>Alhamdulillah kita berjumpa lagi via <i>online</i> untuk belajar bersama mengenai turunan fungsi aljabar. Silakan klik <i>link</i> berikut untuk presensi. <a href="https://forms.gle/C2Qcxnxu8s7gUdkYA">https://forms.gle/C2Qcxnxu8s7gUdkYA</a></p>	<p>Presensi #1</p> <p>Berikut adalah presensi kegiatan pembelajaran online yang dilakukan dengan menggunakan aplikasi group WhatsApp pada materi sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan aturan dalil rantai.</p> <p>* Required</p> <p>Nama *</p> <p>Your answer</p> <p>Nomor telepon *</p> <p>Your answer</p> <p>Nomor Absen *</p> <p>Your answer</p>	<p>10 menit</p>
<p>Yuk siapkan dulu alat tulisnya, laptop, <i>computer</i>, dan <i>handphone</i>-nya.</p>		<p>3 menit</p>
<p>Sebelumnya kalian sudah belajar ya tentang limit? Jadi turunan ini adalah kelanjutan dari materi limit. Ibu ada 2 soal pre test sederhana, tolong untuk dikerjakan ya agar ibu tahu bagaimana kemampuan yang telah kalian kuasai mengenai limit. Berikut filenya.</p>	<p>Soal Pre Test Matematika (Limit Fungsi Aljabar)</p> <p>Petunjuk:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Berdoalah sebelum mengerjakan soal pre test</li> <li>Tuliskan nama, kelas, dan nomor absen dalam lembar jawab</li> <li>Tuliskan kalimat berikut dalam lembar jawab kalian "Saya mengerjakan ujian ini dengan jujur dan berdasarkan kemampuan saya sendiri, serta tidak menerima bantuan dari pihak lain"</li> <li>Terdiri dari 2 soal uraian.</li> <li>Kerjakan semua soal secara mandiri dengan waktu yang tersedia adalah 20 menit.</li> <li>Semangat belajar dan percayalah pada kemampuan kalian sendiri bahwa kalian bisa untuk mengerjakan.</li> <li>Kirimkan hasil pekerjaan ke email berikut <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a></li> </ol>	<p>20 menit</p>
<p>Ibu berikan waktu 20 menit untuk pre test dan perhatikan petunjuk pengerjaan dengan seksama ya.</p>	<p><b>pdf</b> (dapat dilihat pada halaman 192)</p>	
<p>Bagaimana anak-anak apakah sudah selesai? Jangan lupa ya untuk mengirimkan jawaban pre test kalian ke email ini <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a></p>		<p>2 menit</p>
<p>Oke, sembari menunggu teman-teman kalian yang belum selesai. Coba kalian ceritakan pengalaman kalian mengenai materi limit dan bagaimana pendapat kalian mengenai materi turunan ini? Kirakira kita akan belajar apa saja ya di materi turunan fungsi aljabar nanti?</p>		<p>3 menit</p>
<p>Jadi, hari ini kita akan belajar mengenai turunan pertama fungsi aljabar berdasarkan definisi dan sifat-sifatnya. Ini ibu kirimkan 2 file yaitu LKPD#1 [Lembar kerja peserta didik] dan handout pelajaran. Bisa kalian download dan mulai dibaca handout dan LKPD-nya.</p>	<p>Lembar Kerja Peserta Didik #1 (Worked Example Tanpa Voice Note Group WhatsApp)</p> <p>Turunan Fungsi Aljabar</p> <p><b>pdf</b> (LKPD#1 dapat dilihat pada halaman 44 dan handout dapat dilihat pada halaman 177)</p>	<p>5 menit</p>

<p>Kenapa ya kita harus belajar turunan fungsi aljabar ini? Dengan menggunakan ilmu matematika tentang turunan fungsi aljabar kita bisa menemukan gradien garis singgung di sebuah titik pada suatu kurva yang diketahui, menentukan kecepatan sesaat sebuah partikel yang bergerak sepanjang garis lurus dengan laju yang berubah, seorang pembalap ingin mengetahui kecepatannya pada suatu waktu tertentu, berapa tinggi maksimum dari bola yang dilempar, dan masih banyak lagi.</p> <p>Dengan kata lain, kita dapat menemukan banyak contoh penerapan turunan ini dalam pelajaran fisika dan kimia. Sehingga, matematika menjadi ilmu dasar untuk perkembangan fisika dan kimia di bidang kalkulus.</p>		
--	--	--

**Kegiatan Inti**

Kegiatan	Gambar	Waktu
<p>Anak-anak, silakan buka LKPD#1 halaman 1, silakan identitasnya diisi. Silakan menggunakan kertas HVS atau folio yang kalian punya untuk menjawab dan melengkapi bagian-bagian LKPD#1 yang rumpang.</p> <p>Pada halaman 1, ibu punya sebuah soal tentang limit berikut.</p>	<p><b>Ingatkah kalian dengan limit?</b></p> <p>Misalkan, kita akan mencari nilai dari <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}</math></p> <p> <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots}{\dots}</math>    <math>\Rightarrow</math> 1. Memfaktorkan bagian pembilang dan penyebut  <math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots}{\dots}</math>    <math>\Rightarrow</math> 2. Membagi pembilang dan penyebut yang memiliki faktor yang sama  <math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots}{\dots}</math>    <math>\Rightarrow</math> 3. Menuliskan faktor yang masih tersisa  <math>= \dots</math>    <math>\Rightarrow</math> 4. Substitusikan <math>x = 1</math> dan diperoleh hasil limit  Jadi, nilai <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}</math> adalah ... <math>\Rightarrow</math> 5. Menuliskan simpulan </p>	10 menit
<p>Ibu kasih waktu 1 menit, coba dikerjakan dulu. Nah.. silakan 1 orang siapa yang mau menjawab nih? Hasil pekerjaannya boleh di foto nanti kita bahas bersama.</p>		
<p>Oke, berikut ini pembahasan dari ibu. Silakan dicermati dan tanyakan langsung jika ada yang belum jelas.</p>	<p> <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x(x-1)}{(x+7)(x-1)}</math> (faktorkan pembilang dan penyebutnya)  <math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{(x+7)}</math> (bagi pembilang dan penyebut yang memiliki faktor sama yaitu <math>x - 1</math>)  <math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1)}{(1+7)}</math> (substitusikan <math>x = 1</math> ke dalam sisa faktor yang kita punya)  <math>= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{8}</math> (selesaikan perhitungan)  <math>= \frac{3}{8}</math>  Jadi, nilai <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}</math> adalah <math>\frac{3}{8}</math> </p>	
<p>Sudah betul semua ya jawabannya.</p> <p>Penerapan turunan dalam kehidupan kita ada banyak sekali, coba kalian tuliskan tiga contoh saja berdasarkan yang telah ibu sampaikan di awal tadi.</p>	<p><b>Penerapan turunan dalam kehidupan sehari-hari</b></p> <p>Contoh:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>.....</li> </ol>	5 menit

<p>Jika diperhatikan, dalam LKPD ini terdapat tampilan seperti ini.</p> <p>Nahh,, kalian diminta untuk mengisi skala kesulitan soal tersebut dengan mencentang atau menuliskan pilihan kalian di lembar penugasan kalian.</p>	<p>Skala kesulitan soal:</p> 	
<p>Sehingga, turunan dapat didefinisikan sebagai berikut.</p> <p>Nahh.. konsep awal turunan yang perlu kalian perhatikan adalah yang ibu lingkari ini. Karena hal tersebut akan menjadi dasar kita belajar turunan serta sifat-sifatnya. Misalkan kita punya fungsi <math>f(x)</math>, maka turunan fungsi tersebut adalah <math>f'(x)</math> dibaca dengan <math>f</math> aksen <math>x</math>.</p>	<p><b>Definisi turunan</b>          Jika fungsi <math>f(x)</math> <i>diferensiabel</i> (mempunyai turunan) untuk setiap nilai <math>x</math> dalam domain <math>D</math> dengan <math>D \in \mathbb{R}</math>, maka turunan fungsi <math>f(x)</math> ditulis <math>f'(x)</math> dengan rumus,</p> $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	<p>10 menit</p>
<p>Lalu, mengapa bisa definisi turunan dirumuskan dengan limit? Coba kalian simak melalui <i>link</i> video berikut</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=b_L1Ky74DqI">https://www.youtube.com/watch?v=b_L1Ky74DqI</a> atau bisa juga dengan <i>scan QR code</i> pada LKPD halaman 2 “bagian makna”.</p>	<p>Catatan:          (1) <math>f'(x)</math> disebut sebagai fungsi turunan dari <math>f(x)</math>.          (2) Proses menentukan <math>f'(x)</math> dari <math>f(x)</math> disebut penurunan (<i>diferensiasi</i>).          (3) Notasi lain untuk turunan dari fungsi <math>y = f(x)</math> adalah <math>y'</math> atau <math>\frac{dy}{dx}</math> atau <math>\frac{d^2y}{dx^2}</math>.          (4) Bentuk <math>\frac{dy}{dx}</math> atau <math>\frac{d^2y}{dx^2}</math> disebut notasi <i>Leibniz</i> untuk turunan</p> 	<p>10 menit</p>
<p>Setelah itu, bagaimana dengan contoh soalnya? Coba perhatikan contoh soal berikut serta solusinya. Dengan menggunakan definisi turunan, hal pertama yang harus dituliskan adalah kita perlu menentukan <math>f(x)</math> dan <math>f(x+h)</math> yang ibu lingkari. Untuk <math>f(x+h)</math> kita cukup menggantikan <math>x</math> dengan <math>x+h</math>.</p> <p>Kemudian langkah-langkahnya yaitu (1) selesaikan perhitungan dengan menjabarkan bentuk kuadrat yang ada, (2) keluarkan setiap suku dari tanda kurung siku, (3) selesaikan perhitungan suku-suku sejenisnya, (4) keluarkan <math>h</math> pada pembilang agar bisa dibagi dengan penyebutnya, (5) ingatlah bahwa limit <math>h</math> mendekati 0, maka kita substitusikan <math>h = 0</math> dalam bentuk aljabar terakhir yang kita peroleh, (6) sehingga diperoleh hasil akhir dari turunan fungsi aljabar. Silakan kalian cermati dan tanyakan langsung jika masih ada yang belum kalian pahami.</p>	<p><b>Contoh Soal</b>          Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 3x^2 + 3</math> menggunakan definisi</p> <p><b>Jawab:</b>          Diketahui <math>f(x) = 3x^2 + 3</math> maka <math>f(x+h) = 3(x+h)^2 + 3</math></p> $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h)^2 + 3] - [3x^2 + 3]}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3x^2 + 6xh + 3h^2 + 3] - [3x^2 + 3]}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6x + 3h}{1}$ $= 6x$ <p>Jadi, <math>f'(x) = 6x</math></p>  <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:          a. <math>f(x) = 2x - 4</math>          b. <math>f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4</math></p>	<p>10 menit</p>

<p>Sebagai latihan, silakan kerjakan contoh soal yang ada gambar lebahnya. Ibu beri waktu 5 menit ya. Untuk bagian sebagai tugas ya. Nah.. silakan 1 orang siapa yang mau menjawab nih? Hasil pekerjaannya boleh di foto nanti kita bahas bersama.</p>		
<p>Selain menggunakan cara definisi untuk menentukan turunan, kita juga dapat menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar. Cara ini digunakan berdasarkan pengelompokan bentuk fungsi aljabar yang ada.</p> <p>Nahh... sekarang coba kita perhatikan pada bagian B yaitu sifat-sifat turunan fungsi aljabar. Untuk sifat yang pertama yaitu turunan fungsi pangkat. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <a href="https://www.youtube.com/watch?v=MYOwSTpMHy0">link</a> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=MYOwSTpMHy0">https://www.youtube.com/watch?v=MYOwSTpMHy0</a> atau scan QR code.</p>	<p>Catatan: Misalkan <math>f(x) = ax^n</math>, fungsi tersebut disebut sebagai fungsi pangkat. Turunan fungsi pangkat adalah <math>f'(x) = anx^{n-1}</math></p> 	
<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan nilai <math>a</math>, <math>n</math>, dan <math>n - 1</math>. Kita tahu ya bahwa berdasarkan bentuk fungsinya, nilai <math>a</math> kita adalah 24, nilai <math>n</math> adalah 6, dan nilai <math>n - 1</math> adalah 5. Kemudian, substitusikan pada rumus turunan fungsi pangkat yang kita punya dan selesaikan perhitungannya. Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya. Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>	<p><b>1. Turunan fungsi pangkat</b></p> <p>Contoh: Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 24x^6</math>.</p> <p>Jawab:</p> <p><math>f(x) = 24x^6</math> Menggunakan sifat <math>f'(x) = anx^{n-1}</math></p> <p><math>a = 24</math> <math>n = 6</math> <math>n - 1 = 6 - 1 = 5</math></p> <p><math>f'(x) = anx^{n-1}</math> <math>= 24 \cdot 6x^5</math> <math>= 144x^5</math></p> <p>Jadi, <math>f'(x) = 144x^5</math></p>  <p><b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut: a. <math>f(x) = 7x^{-4}</math> b. <math>f(x) = 6x^{-2}</math></p>	<p>5 menit</p>
<p><b>Kegiatan Penutup</b></p>		
<p><b>Kegiatan</b></p>	<p><b>Gambar</b></p>	<p><b>Waktu</b></p>
<p>Sehingga, apa yang dapat kalian simpulkan pada pertemuan hari ini? Ya, kita sudah belajar untuk mengingat kembali limit fungsi aljabar, cara mencari turunan fungsi aljabar dengan definisi, dan cara menentukan turunan fungsi pangkat.</p>		<p>5 menit</p>



<p>Nahh... Berhubung waktu sudah akan habis, sebagai tugas kalian lengkapi LKPD#1. Nanti tolong kerjakan:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. bagian yg masih rumpang dan bagian</li> <li>2. [yuks coba kerjakan] yg ada gambar lebahnya ya</li> </ol>		
<p>Semua pekerjaan kalian akan dikumpulkan pada pertemuan ketiga ya, nanti dikirimkan melalui Edmodo yang sudah ibu sediakan. Nanti waktunya akan ibu atur ulang yang ada di Edmodo itu.</p>		
<p>Kemudian, untuk pertemuan pekan depan silakan persiapkan diri dengan mempelajari bagian sifat-sifat turunan fungsi aljabar selanjutnya ya. Sekian yang dapat ibu sampaikan, apabila terdapat kesalahan yang tidak berkenan dalam menyampaikan pelajaran pada hari ini ibu mohon maaf. Tetap jaga kesehatan dan salam sukses. Wassalamu'alaikum warahmatullah ...</p>		

## J. Penilaian

### 1. Penilaian Sikap Spiritual dan Sosial

- a. Teknik penilaian : observasi dari kehadiran dan penugasan
- b. Bentuk instrumen : pedoman penilaian sikap (halaman 15) dan lembar observasi penilaian sikap (halaman 16)
- c. Kisi-kisi

No.	Sikap	Indikator
1	Menghadiri kegiatan pembelajaran <i>online</i>	Mengisi daftar kehadiran pembelajaran <i>online</i> melalui <i>link</i> yang telah disediakan
2	Disiplin dalam mengumpulkan tugas	Mengirimkan tugas ke forum penugasan <i>edmodo</i> dan email sesuai dengan ketentuan berdasarkan waktu yang telah disediakan
3	Tanggung jawab dalam mengerjakan tugas	Mengerjakan tugas yang diberikan oleh guru

## 2. Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

- Teknik penilaian: *pre-test* (halaman 192) dan *post-test* (halaman 195)
- Bentuk instrumen: uraian dan pedoman penskoran
- Kisi-kisi

Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	Indikator Soal	Level Kognitif	Nomor Butir
<b>Pre-test</b>			
3.7.1 Menuliskan sifat-sifat umum operasi perhitungan limit fungsi aljabar polinom	3.7.1.1 Menuliskan empat sifat umum operasi perhitungan limit fungsi aljabar polinom yaitu sifat penjumlahan limit, sifat pengurangan limit, sifat perkalian limit, dan sifat pembagian limit.	<i>Remember</i>	1
3.7.2 Menentukan nilai limit fungsi aljabar polinom menggunakan sifat operasi perhitungan limit yang sesuai	3.7.2.1 Menentukan nilai limit fungsi jika diketahui dua masalah mengenai sifat operasi perhitungan limit yang terdiri dari (a) sifat pembagian fungsi polinom dan (b) sifat penjumlahan fungsi polinom.	<i>Apply</i>	2
<b>Post-test</b>			
3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi	3.8.1.1 Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan cara definisi jika diketahui dua fungsi aljabar berbeda.	<i>Apply</i>	1
	3.8.1.2 Menentukan turunan pertama sebuah fungsi aljabar di $x = 5$ menggunakan cara definisi.		2

## Pedoman Penilaian Sikap

Berikut pedoman untuk melakukan penilaian sikap kegiatan pembelajaran *online* untuk KD 3.8 dan KD 4.8 mengenai definisi turunan fungsi aljabar, sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan turunan kedua fungsi aljabar untuk dua pertemuan:

### 1. Kehadiran

Skor 1, apabila peserta didik hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

Skor 0, apabila peserta didik tidak hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

### 2. Disiplin

Skor 2, apabila peserta didik mengumpulkan tugas tepat waktu

Skor 1, apabila peserta didik terlambat mengumpulkan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengumpulkan tugas

### 3. Tanggung jawab

Skor 1, apabila peserta didik mengerjakan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengerjakan tugas

### 4. Nilai

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh peserta didik}}{\text{Total skor maksimum}} \times 100$$

### 5. Predikat

Konversi Nilai	Predikat	Keterangan
81 – 100	A	Sangat Baik
66 – 80	B	Baik
51 – 65	C	Cukup
0 – 50	D	Kurang

## Lembar Observasi Penilaian Sikap

Kelas/Semester : ..... / Genap  
Tahun Pelajaran : 2020/2021  
Periode Pengamatan : .....  
Butir Nilai : Kehadiran, disiplin mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas

---

### Petunjuk

Berdasarkan pengamatan selama periode ini, diberikan penilaian mengenai sikap/perilaku peserta didik selama dalam kegiatan pembelajaran *online*, terkait dengan kehadiran, disiplin dalam mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas yang diberikan guru.

No.	Nama Peserta Didik	Kehadiran	Disiplin	Tanggung Jawab	Nilai	Predikat
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
dst						
<b>Rata-rata kelas</b>						

Yogyakarta, .....

Mahasiswa Praktikan,

Wahyuni Eka Maryati  
NIM 17301241027

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN 2

<b>Satuan Pendidikan</b>	: SMA Negeri 1 Matahari
<b>Mata Pelajaran</b>	: Matematika
<b>Kelas/ Semester</b>	: XI/ Genap
<b>Alokasi Waktu</b>	: 2 × 45 menit

### A. Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### B. Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi	3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi
	3.8.2 <i>Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan</i>
	3.8.3 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi</i>
	3.8.4 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai</i>
	3.8.5 <i>Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya</i>
	3.8.6 <i>Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar</i>



4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar	<b>4.8.1</b> <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar</i>
--	--

**Keterangan:** dalam RPP ini yang dipelajari yang diberi tanda *bold*

### C. Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru
2. ***Peserta didik mampu memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar***
3. ***Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar***
4. ***Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai***
5. ***Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar***
6. ***Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar***
7. ***Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar***

### D. Materi Pembelajaran

#### 1. Materi Pembelajaran Reguler

Turunan fungsi aljabar

#### 2. Materi Pembelajaran Remedial

Penguatan dan pembahasan soal atau materi turunan fungsi aljabar (sifat-sifat turunan fungsi aljabar, turunan kedua fungsi aljabar dengan cara definisi, turunan kedua fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan pembahasan soal pengembangan) dari guru

#### 3. Materi Pembelajaran Pengayaan

Soal-soal latihan berdasarkan materi turunan fungsi aljabar (sifat-sifat turunan fungsi aljabar, turunan kedua fungsi aljabar dengan cara definisi, turunan kedua fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan pembahasan soal pengembangan) yang telah disampaikan guru

### E. Metode Pembelajaran

Ceramah strategi *worked example* tanpa *voice note group whatsapp*

## F. Sumber Belajar

1. Miyanto, Anna Yuni Astuti, dan Muklis. (2020). *Matematika Untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Bantul: PT Penerbit Intan Pariwara (33-56).
2. Suprijanto, H. Sigit, dkk. (2009). *Matematika SMA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Yudhistira (197-227).

## G. Media Pembelajaran

1. Materi presentasi/ *handout*
2. Video penjelasan materi
3. LKPD#2 (Lembar Kerja Peserta Didik)
4. Sarana penunjang pembelajaran *online* (laptop, *handphone*, *ballpoint*, HVS atau kertas folio bergaris, dll)
5. Aplikasi Geogebra

## H. Skema Pembelajaran

### Konsep materi sebelumnya:

1. Polinomial dan pemfaktoran aljabar
2. Penyelesaian persamaan linear dua variabel atau tiga variabel
3. Limit fungsi aljabar
4. Definisi turunan fungsi aljabar



### Konsep materi yang dipelajari:

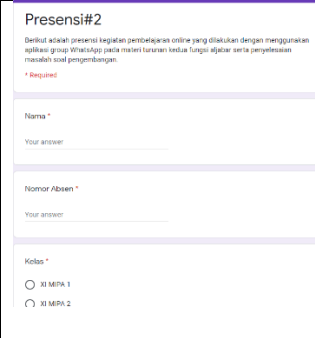
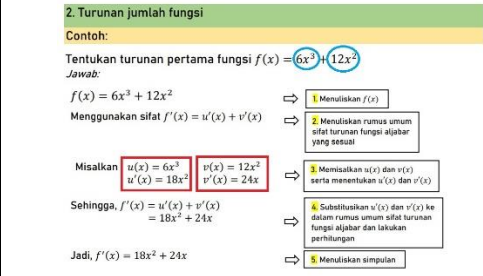
1. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar
2. Turunan kedua fungsi aljabar









### Konsep materi selanjutnya:

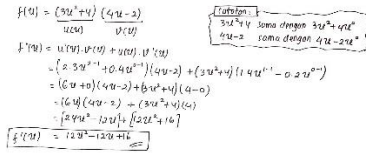
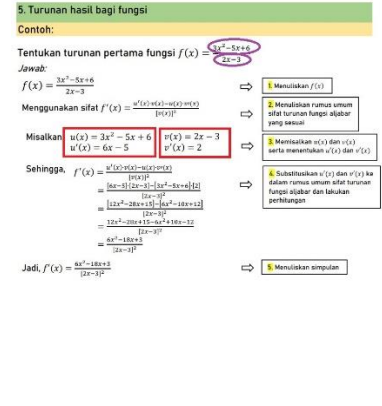

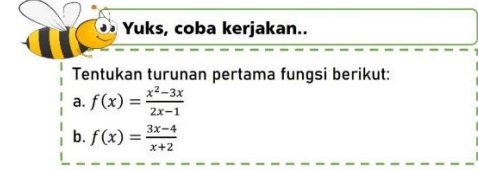
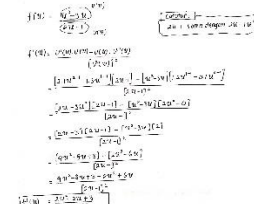
1. Keterkaitan turunan pertama fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva

## I. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

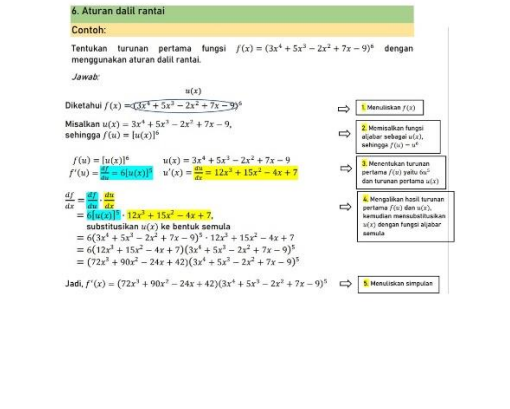
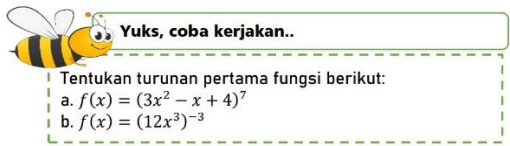
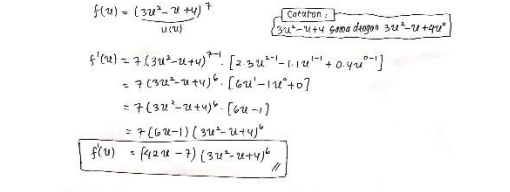

Kegiatan Pendahuluan		
Kegiatan	Gambar	Waktu
<p>Assalamu'alaikum warahmatullah....</p> <p>Anak-anak, sebelum kita memulai kegiatan pembelajaran hari ini mari kita berdoa menurut agama dan kepercayaan masing-masing.</p>		5 menit
<p>Hallo anak-anak, bagaimana kabarnya hari ini? Semoga kita semua selalu diberikan kesehatan ya. Amiin...</p> <p>Nah... sekarang kita siapkan dulu ya alat tulis, laptop, computer, dan handphone-nya. Silakan klik <i>link</i> berikut untuk presensi.</p> <p><a href="https://forms.gle/p1QAw3SbrC8Cw6fQA">https://forms.gle/p1QAw3SbrC8Cw6fQA</a></p>		
<p>Sembari menunggu teman-teman kalian presensi, kita ingat kembali yuk. Kemarin kita sudah membahas tentang sifat turunan yang pertama yaitu turunan fungsi pangkat.</p>	<p>Misalkan punya fungsi berikut,</p> $f(x) = \frac{1}{2}x^3$ <p>Turunannya adalah <math>f'(x) = \frac{3}{2}x^2</math></p>	
<p>Nah.. turunan fungsi pangkat ini merupakan sifat dasar yang akan sering kita gunakan untuk mempelajari materi hari ini yaitu tentang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang lain, turunan kedua fungsi aljabar, dan pembahasan soal pengembangan.</p>		
Kegiatan Inti		
Kegiatan	Gambar	Waktu
<p>Anak-anak, silakan buka LKPD#2 mengenai turunan jumlah fungsi (sifat kedua).</p> <p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran biru, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan jumlah fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>		5 menit

<p>Karena jumlah maka pasti tanda hubungnya adalah tanda tambah/ +. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <i>link</i> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=KLVZhJdLi">https://www.youtube.com/watch?v=KLVZhJdLi</a> atau <i>scan QR code</i>.</p>	<p><b>2. Turunan jumlah fungsi</b></p> <p>Misalkan <math>f(x) = u(x) + v(x)</math>, dengan <math>f(x)</math> adalah jumlah dari dua fungsi yaitu <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math>, dengan syarat <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ada, maka turunan jumlah fungsi tersebut adalah <math>f'(x) = u'(x) + v'(x)</math>.</p>  <p>Bukti 3 menit 34 detik</p>	
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>	<p> <b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:</p> <p>a. <math>f(x) = 4x^2 + \frac{1}{2}x</math>  b. <math>f(x) = \frac{2}{3}x^{-3} + x^2</math></p>	3 menit
<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = 4u^2 + \frac{1}{2}u$ $f'(u) = u'(u) + v'(u)$ $f'(u) = 2 \cdot 4u^{2-1} + 1 \cdot \frac{1}{2}u^{-1}$ $f'(u) = 8u^1 + \frac{1}{2}u^0$ $f'(u) = 8u + \frac{1}{2}$	
<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran hijau, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan selisih fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>	<p><b>3. Turunan selisih fungsi</b></p> <p>Contoh:</p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 3x^4 - 5x^2</math></p> <p>Jawab:</p> <p><math>f(x) = 3x^4 - 5x^2</math> ⇒ 1. Menuliskan <math>f(x)</math></p> <p>Menggunakan sifat <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math> ⇒ 2. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai</p> <p>Misalkan <math>u(x) = 3x^4</math> <math>v(x) = 5x^2</math>  <math>u'(x) = 12x^3</math> <math>v'(x) = 10x</math> ⇒ 3. Memisalkan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> serta menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math></p> <p>Sehingga, <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math>  <math>= 12x^3 - 10x</math> ⇒ 4. Substitusikan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ke dalam rumus umum sifat turunan fungsi aljabar dan lakukan perhitungan</p> <p>Jadi, <math>f'(x) = 12x^3 - 10x</math> ⇒ 5. Menuliskan simpulan</p>	3 menit
<p>Sifat yang ketiga adalah turunan selisih fungsi. Aturannya sama seperti penjumlahan tetapi karena selisih, maka pasti tanda hubung adalah tanda minus/ -.</p> <p>Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <i>link</i> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=eDRliH8Wv">https://www.youtube.com/watch?v=eDRliH8Wv</a> atau <i>scan QR code</i>.</p>	<p><b>3. Turunan selisih fungsi</b></p> <p>Misalkan <math>f(x) = u(x) - v(x)</math>, dengan <math>f(x)</math> adalah selisih dari dua fungsi yaitu <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math>, dengan syarat <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ada, maka turunan selisih fungsi tersebut adalah <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math>.</p>  <p>Bukti 4 menit 8 detik</p>	


<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>	 <p><b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:</p> <p>a. <math>f(x) = \frac{4}{5}x^2 - 2x</math>  b. <math>f(x) = x^{-3} - 4x^2</math></p>	<p>3 menit</p>
<p>Oke,,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = \frac{4}{5}u^2 - 2u$ $f'(u) = u'(u) \cdot v'(u)$ $f'(u) = 2 \cdot \frac{4}{5}u^{2-1} - 1 \cdot 2u^{1-1}$ $f'(u) = \frac{8}{5}u^1 - 2u^0$ $f'(u) = \frac{8}{5}u - 2$	
<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran oren, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan hasil kali fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>	<p><b>4. Turunan hasil kali fungsi</b></p> <p>Contoh:  Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)</math></p> <p>Jawab:  <math>f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)</math></p> <p>Menggunakan sifat  <math>f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)</math></p> <p>Misalkan <math>u(x) = 7x</math>    <math>v(x) = 2x^2 + 6x + 5</math>  <math>u'(x) = 7</math>        <math>v'(x) = 4x + 6</math></p> <p>Sehingga,  <math>f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)</math>  <math>= 7 \cdot [2x^2 + 6x + 5] + [7x] \cdot [4x + 6]</math>  <math>= [14x^2 + 42x + 35] + [28x^2 + 42x]</math>  <math>= 42x^2 + 84x + 35</math></p> <p>Jadi, <math>f'(x) = 42x^2 + 84x + 35</math></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Menuliskan <math>f(x)</math></li> <li>Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai</li> <li>Memisalkan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> serta menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math></li> <li>Substitusikan <math>u(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ke dalam rumus umum sifat turunan fungsi aljabar dan lakukan perhitungan</li> <li>Menuliskan simpulan</li> </ol>	<p>5 menit</p>
<p>Sifat yang keempat adalah turunan hasil kali fungsi. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <a href="https://www.youtube.com/watch?v=IKadYpTgH_g">link</a> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=IKadYpTgH_g">https://www.youtube.com/watch?v=IKadYpTgH_g</a> atau <i>scan QR code</i>.</p>	<p><b>4. Turunan hasil kali fungsi</b></p> <p>Misalkan <math>f(x) = u(x) \cdot v(x)</math> dengan syarat <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ada, maka turunan hasil kali fungsi adalah  <math>f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)</math>.</p>  <p>Bukti</p> <p>5 menit 19 detik</p>	
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>	 <p><b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:</p> <p>a. <math>f(x) = (3x^2 + 4)(4x - 2)</math>  b. <math>f(x) = (x^2 - 3x + 1)12x^3</math></p>	<p>3 menit</p>
<p>Oke,,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		


<p>Berikut ini pembahasannya.</p>		
<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran oranye, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan hasil bagi fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>		<p>5 menit</p>
<p>Sifat yang kelima adalah turunan hasil bagi fungsi. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <a href="https://www.youtube.com/watch?v=vg-FnPhirbo">link</a> berikut atau <i>scan QR code</i>.</p>		
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>		<p>3 menit</p>
<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>		

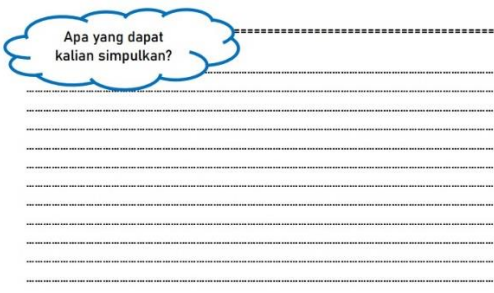
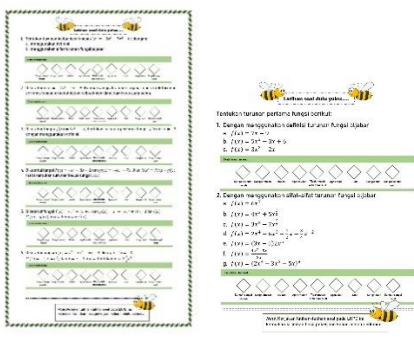


<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> yang ibu beri lingkaran biru dan <math>f(u)</math>, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>f'(u)</math> dan <math>u'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus aturan dalil rantai yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>		<p>3 menit</p>
<p>Sifat yang keenam adalah aturan dalil rantai. Dirumuskan sebagai berikut.</p>	<p>6. Aturan dalil rantai</p> <p>Misalkan <math>y = (f \circ u)(x) = f(u(x))</math> dengan <math>f</math> dan <math>u</math> adalah fungsi-fungsi yang mempunyai turunan maka</p> $y' = f'(u(x)) \cdot u'(x) \text{ atau } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$	
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>		<p>3 menit</p>
<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>		
<p>Kemudian, pada latihan soal silakan kerjakan dirumah sebagai tugas ya.</p>		<p>1 menit</p>
<p>Jadi, kita memperoleh poin utama yaitu ketika kita ditanya cara menentukan turunan dengan cara definisi (gunakan yang ada limitnya). Tetapi ketika kita ditanya cara menentukan turunan dengan sifat-sifat (gunakan 6 jenis sifat yang sudah kita pelajari).</p>		

<p>Berikut ini adalah LKPD#2 mengenai turunan kedua fungsi aljabar dan pembahasan soal pengembangan.</p>	<p align="center"><b>Lembar Kerja Peserta Didik #2</b> (Worked Example Tanpa Voice Note Group WhatsApp)</p> <p>Nama : _____ No. Absen/Kelas : _____ =====</p> <p><b>A. Tujuan Pembelajaran:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Peserta didik mampu memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar.</li> <li>2. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar.</li> <li>3. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai.</li> <li>4. Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar.</li> <li>5. Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar.</li> <li>6. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar.</li> </ol> <p><b>pdf</b> (dapat dilihat pada halaman 52)</p>	<p>3 menit</p>
<p>Silakan untuk di download dan dibuka pada halaman 1.</p> <p>Sama seperti LKPD#1 yang sudah kita pelajari bersama, pada LKPD#2 ini kalian juga diminta untuk mengisi bagian yang masing rumpang dan soal-soal latihan yang ada gambar lebahnya, okee. Silakan boleh mengerjakan di buku tulis/HVS/folio yang kalian punya.</p>	<p><b>Langkah kalian dengan turunan pertama fungsi aljabar?</b></p> <p>Misalkan, kita akan mencari turunan pertama dari <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math></p> <p>=====</p> <p><b>Cara I</b></p> <p>Dengan menggunakan definisi</p> <p>Diketahui <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math>, maka <math>f(x+h) = (x+h)^2 - 9(x+h) + 1</math></p> $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - 9(x+h) + 1 - (x^2 - 9x + 1)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 9x - 9h + 1 - x^2 + 9x - 1}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 9h}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 9)$ <p>ingat bahwa <math>h = 0</math></p> $= 2x - 9$ <p>Jadi, turunan pertama fungsi <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math> adalah <math>f'(x) = 2x - 9</math></p> <p>=====</p> <p><b>Cara II</b></p> <p>Dengan menggunakan sifat <math>f'(x) = nx^{n-1}</math></p> $f'(x) = 2x^{2-1} - 9x^{1-1} + 0 \cdot 1x^{0-1}$ $f'(x) = 2x - 9$ <p>Jadi, <math>f'(x) = 2x - 9</math></p>	
<p>Sembari menunggu teman-teman kalian presensi, kita ingat kembali yuk mengenai turunan aljabar menggunakan definisi (cara 1) dan menggunakan sifat-sifat turunan (cara 2), silakan kalian kerjakan dulu soal berikut selama 2 menit.</p>		
<p>Silakan 2 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	<p><b>Langkah kalian dengan turunan pertama fungsi aljabar?</b></p> <p>Misalkan, kita akan mencari turunan pertama dari <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math></p> <p>=====</p> <p><b>Cara I</b></p> <p>Dengan menggunakan definisi</p> <p>Diketahui <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math>, maka <math>f(x+h) = (x+h)^2 - 9(x+h) + 1</math></p> $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - 9(x+h) + 1 - (x^2 - 9x + 1)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 9x - 9h + 1 - x^2 + 9x - 1}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 9h}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 9)$ <p>ingat bahwa <math>h = 0</math></p> $= 2x - 9$ <p>Jadi, turunan pertama fungsi <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math> adalah <math>f'(x) = 2x - 9</math></p> <p>=====</p> <p><b>Cara II</b></p> <p>Turunan dari <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math></p> <p>Dengan menggunakan sifat <math>f'(x) = nx^{n-1}</math></p> $f'(x) = 2 \cdot 1x^{2-1} - 9 \cdot 1x^{1-1} + 0 \cdot 1x^{0-1}$ $f'(x) = 2x^1 - 9x^0 + 0$ $f'(x) = 2x - 9$ <p>Jadi, <math>f'(x) = 2x - 9</math></p>	
<p>Jika diperhatikan, dalam LKPD#2 ini terdapat tampilan seperti ini.</p> <p>Nahh,, kalian diminta untuk mengisi skala kesulitan soal tersebut dengan mencentang atau menuliskan pilihan kalian di lembar penugasan kalian.</p>	<p><b>Skala kesulitan soal:</b></p> <p align="center"> </p> <p align="center">     Sangat-sangat mudah   Sangat mudah   Mudah   Agak mudah   Tidak mudah atau tidak sulit   Agak sulit   Sulit   Sangat sulit   Sangat-sangat sulit   </p>	<p>1 menit</p>
<p>Kita sudah belajar bersama mengenai turunan ya, nahh.. turunan yang sudah kita pelajari itu namanya adalah turunan pertama. Sekarang, kita akan belajar turunan kedua.</p>		

<p>Manfaat kita mempelajari turunan kedua turunan fungsi aljabar yaitu menentukan titik belok, menentukan kecekungan suatu grafik, dan membuat sketsa grafik turunan kedua fungsi.</p> <p>Semua itu akan kalian pelajari setelah memahami bagaimana cara menentukan turunan pertama dan turunan kedua suatu fungsi aljabar.</p>	<p><b>Manfaat turunan kedua fungsi aljabar</b></p> <p>Contoh:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>.....</li> </ol>	<p>2 menit</p>						
<p>Coba, sekarang kalian perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Disini yang diminta adalah menggunakan cara definisi untuk menentukan turunan kedua. Langkah pertama kita harus menentukan <math>f(x)</math>, <math>f(x+h)</math>, <math>f'(x)</math>, dan <math>f'(x+h)</math>. Kemudian, kita substitusikan ke dalam rumus utama definisi turunan.</p> <p>Perhatikan yang ibu berikan kotak merah, rumusnya berbeda sedikit dari definisi turunan yang pernah kita pelajari kemarin ya. Nahh... yang kita gunakan adalah <math>f'(x)</math> dan <math>f'(x+h)</math>. Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>	<p><b>Contoh</b></p> <p>1. Turunan kedua dengan menggunakan definisi</p> <p>Tentukan turunan kedua dari fungsi <math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math> menggunakan definisi.</p> <p>Jawab:</p> <p><math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math>    <math>f(x+h) = 4(x+h)^3 - 5(x+h)^2</math>    <math>f'(x) = 12x^2 - 10x</math>    <math>f'(x+h) = 12(x+h)^2 - 10(x+h)</math></p> <p><math>f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[12(x+h)^2 - 10(x+h)] - [12x^2 - 10x]}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{12x^2 + 24xh + 12h^2 - 10x - 10h - 12x^2 + 10x}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{24xh + 12h^2 - 10h}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{24x + 12h - 10}{1}</math></p> <p><math>= 24x + 12h - 10</math>, ingat bahwa <math>h = 0</math></p> <p><math>= 24x - 10</math></p> <p>Jadi, <math>f''(x) = 24x - 10</math></p>	<p>3 menit</p>						
<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 2 menit saja. Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>	<p> <b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan kedua fungsi berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f(x) = x^3 + 5x^2</math></li> <li><math>f(x) = 7x^2 - 3x + 9</math></li> </ol>	<p>5 menit</p>						
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	<p><math>f(u) = u^3 + 5u^2</math> dengan cara definisi</p> <p><math>f'(u) = 3u^2 + 10u</math></p> <p><math>f'(u+h) = 3(u+h)^2 + 10(u+h)</math></p> <p><math>f''(u) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(u+h) - f'(u)}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(u+h)^2 + 10(u+h)] - [3u^2 + 10u]}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3u^2 + 6uh + 3h^2 + 10u + 10h - 3u^2 - 10u}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6uh + 3h^2 + 10h}{h}</math></p> <p><math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6u + 3h + 10}{1}</math></p> <p><math>= 6u + 3h + 10</math>, ingat <math>h = 0</math></p> <p><math>= 6u + 10</math></p>	<p>1 menit</p>						
<p>Jadi, dapat dibedakan ya untuk rumus definisi turunan pertama dengan rumus definisi turunan kedua.</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">Menentukan turunan dengan menggunakan definisi</th> </tr> <tr> <th>Turunan pertama</th> <th>Turunan kedua</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td><math>f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}</math></td> <td><math>f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}</math></td> </tr> </tbody> </table>	Menentukan turunan dengan menggunakan definisi		Turunan pertama	Turunan kedua	$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$	<p>1 menit</p>
Menentukan turunan dengan menggunakan definisi								
Turunan pertama	Turunan kedua							
$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$							

<p>Kemudian, sekarang kalian perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Disini yang diminta adalah menggunakan cara sifat-sifat turunan untuk menentukan turunan kedua.</p> <p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>	<p><b>2. Turunan kedua dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar</b></p> <p>Tentukan turunan kedua dari fungsi <math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math> menggunakan sifat turunan fungsi aljabar.</p> <p><i>Ingat selalu ya. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar</i></p> <p><b>Jawab:</b>  <math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math>, menggunakan sifat <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math> <math>\Rightarrow</math> 1. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah  <math>f'(x) = 12x^2 - 10x</math> (turunan pertama) <math>\Rightarrow</math> 2. Menentukan turunan pertama fungsi aljabar berdasarkan sifat turunan fungsi  <math>f''(x) = 24x - 10</math> (turunan kedua) <math>\Rightarrow</math> 3. Menentukan turunan kedua fungsi aljabar berdasarkan sifat turunan fungsi  Jadi, <math>f''(x) = 24x - 10</math> <math>\Rightarrow</math> 4. Menuliskan simpulan</p>	<p>2 menit</p>
<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 2 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>	<p> <b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan kedua fungsi berikut:</p> <p>a. <math>f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 5x</math>  b. <math>f(x) = 2x(4x - 5)</math></p>	<p>5 menit</p>
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = \frac{1}{2}u^3 - 4u^2 + 5u$ $f'(u) = \frac{3}{2}u^2 - 8u + 5$ $f''(u) = \frac{6}{2}u - 8$ $= 3u - 8$ <p>Jadi, <math>f''(u) = 3u - 8</math></p>	<p>1 menit</p>
<p>Berikut ini pengertian dari turunan kedua suatu fungsi aljabar.</p> <p>Secara garis besar turunan kedua diperoleh dari turunan pertama yang kemudian kita turunkan sekali lagi.</p>	<p><b>Pengertian turunan kedua</b></p> <p>Jika <math>f'(x)</math> diturunkan lagi terhadap <math>x</math> akan diperoleh turunan kedua dari fungsi <math>f(x)</math> terhadap <math>x</math>. Turunan kedua fungsi <math>f(x)</math> dituliskan menjadi <math>f''(x)</math> atau <math>\frac{d^2f}{dx^2}</math>. Akibatnya,</p> $f''(x) = \frac{df'(x)}{dx} = \frac{d^2f}{dx^2}$	<p>1 menit</p>
<p>Kemudian, bagian B pada LPKD#2 terdapat 5 jenis contoh soal pengembangan terkait turunan pertama dan turunan kedua fungsi aljabar.</p>		
<p>Ibu berikan waktu 15 menit untuk kalian memahami pembahasan soal yang ibu berikan tersebut. Kalian bisa langsung latihan untuk mengerjakan soal di kotak bergambar lebah. Jika ada yang masih ada yang belum kalian pahami, silakan tanyakan langsung ya.</p>		<p>15 menit</p>

Kegiatan Penutup		
Kegiatan	Gambar	Waktu
<p>Oke, kita sudah mempelajari mengenai turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dan sifat-sifat turunan, nahh... sekarang apa yang dapat kalian simpulkan tentang pelajaran hari ini? Coba silakan 1 orang perwakilan untuk menyampaikan pendapatnya.</p>		5 menit
<p>Oke kita sudah belajar ya tentang cara menentukan turunan fungsi aljabar dengan cara definisi dan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari turunan fungsi pangkat, jumlah fungsi, selisih fungsi, hasil kali fungsi, hasil bagi fungsi, dan aturan dalil rantai. Nahh... untuk memperdalam pemahaman yang sudah kalian kuasai, silakan kerjakan latihan soal berikut sebagai penugasan untuk kalian di rumah.</p>		3 menit
<p>Jangan lupa minggu depan hasil pekerjaan kalian mulai dari halaman pertama LKPD#1 dan LKPD#2 sampai halaman akhir latihan soal tolong dikumpulkan melalui edmodo pada pertemuan besok, karena akan ibu koreksi hasil pekerjaan kalian.</p>		
<p>Kemudian, untuk pertemuan pekan depan silakan persiapkan diri untuk ujian post test turunan ya (10 soal).</p> <p>Sekian yang dapat ibu sampaikan, apabila terdapat kesalahan yang tidak berkenan dalam menyampaikan pelajaran pada hari ini ibu mohon maaf. Tetap jaga kesehatan dan salam sukses. Wassalamu'alaikum warahmatullah ...</p>		2 menit

## J. Penilaian

### 1. Penilaian Sikap Spiritual dan Sosial

- Teknik penilaian : observasi dari kehadiran dan penugasan
- Bentuk instrumen : pedoman penilaian sikap (halaman 31) dan lembar observasi penilaian sikap (halaman 32)
- Kisi-kisi

No.	Sikap	Indikator
1	Menghadiri kegiatan pembelajaran <i>online</i>	Mengisi daftar kehadiran pembelajaran <i>online</i> melalui <i>link</i> yang telah disediakan
2	Disiplin dalam mengumpulkan tugas	Mengirimkan tugas ke forum penugasan <i>edmodo</i> dan email sesuai dengan ketentuan berdasarkan waktu yang telah disediakan
3	Tanggung jawab dalam mengerjakan tugas	Mengerjakan tugas yang diberikan oleh guru

### 2. Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

- Teknik penilaian: *post-test* (halaman 195)
- Bentuk instrumen: uraian dan pedoman penskoran
- Kisi-kisi

Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	Indikator Soal	Level Kognitif	Nomor Butir
<i>Post-test</i>			
3.8.2 Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan	3.8.2.1 Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai untuk mencari turunan pertama fungsi yang disajikan dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.	<i>Remember</i>	3
	3.8.2.2 Memasangkan contoh fungsi aljabar yang sesuai berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.		4



3.8.3	Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi	3.8.3.1	Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi jika diketahui dua fungsi aljabar yang berbeda.	<i>Apply</i>	5
3.8.4	Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai	3.8.4.1	Menentukan turunan pertama suatu fungsi aljabar dengan menggunakan aturan dalil rantai.	<i>Apply</i>	6
3.8.5	Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya	3.8.5.1	Membuat grafik suatu fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi aljabar tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.	<i>Create</i>	7
3.8.6	Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar	3.8.6.1	Membuat sebuah contoh soal fungsi aljabar serta solusi untuk mencari turunan pertama fungsi tersebut berdasarkan salah satu sifat dalam turunan fungsi aljabar yang sudah dipahami. <i>[Catatan: contoh soal yang dibuat merupakan asli dari pemikiran peserta didik sendiri]</i>	<i>Create</i>	8
4.8.1	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar	4.8.1.1	Menentukan nilai $a + 3b^2$ jika diketahui suatu fungsi aljabar yang memuat variabel $a$ dan $b$ , nilai turunan $f'(4)$ , serta $f'(7)$ . <i>[Petunjuk: boleh menggunakan kalkulator jika diperlukan]</i>	<i>Evaluate</i>	9
		4.8.1.2	Menentukan $p''(x)$ jika diketahui fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ , serta $p(x)$ yang didefinisikan sebagai $p(x) = f'(x) - g'(x)$ .	<i>Analyze</i>	10

### Pedoman Penilaian Sikap

Berikut pedoman untuk melakukan penilaian sikap kegiatan pembelajaran *online* untuk KD 3.8 dan KD 4.8 mengenai definisi turunan fungsi aljabar, sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan turunan kedua fungsi aljabar untuk dua pertemuan:

1. Kehadiran

Skor 1, apabila peserta didik hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

Skor 0, apabila peserta didik tidak hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

2. Disiplin

Skor 2, apabila peserta didik mengumpulkan tugas tepat waktu

Skor 1, apabila peserta didik terlambat mengumpulkan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengumpulkan tugas

3. Tanggung jawab

Skor 1, apabila peserta didik mengerjakan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengerjakan tugas

4. Nilai

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh peserta didik}}{\text{Total skor maksimum}} \times 100$$

5. Predikat

Konversi Nilai	Predikat	Keterangan
81 – 100	A	Sangat Baik
66 – 80	B	Baik
51 – 65	C	Cukup
0 – 50	D	Kurang

## Lembar Observasi Penilaian Sikap

Kelas/Semester : ..... / Genap  
Tahun Pelajaran : 2020/2021  
Periode Pengamatan : .....  
Butir Nilai : Kehadiran, disiplin mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas

---

### Petunjuk

Berdasarkan pengamatan selama periode ini, diberikan penilaian mengenai sikap/perilaku peserta didik selama dalam kegiatan pembelajaran *online*, terkait dengan kehadiran, disiplin dalam mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas yang diberikan guru.

No.	Nama Peserta Didik	Kehadiran	Disiplin	Tanggung Jawab	Nilai	Predikat
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
dst						
<b>Rata-rata kelas</b>						

Yogyakarta, .....

Mahasiswa Praktikan,

Wahyuni Eka Maryati  
NIM 17301241027

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN 3

<b>Satuan Pendidikan</b>	: SMA Negeri 1 Matahari
<b>Mata Pelajaran</b>	: Matematika
<b>Kelas/ Semester</b>	: XI/ Genap
<b>Alokasi Waktu</b>	: 2 × 45 menit

---

### A. Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### B. Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi	3.8.1 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi</i>
	3.8.2 <i>Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan</i>
	3.8.3 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi</i>
	3.8.4 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai</i>
	3.8.5 <i>Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya</i>
	3.8.6 <i>Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar</i>

4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar	<b>4.8.1</b> <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar</i>
--	--

**Keterangan:** dalam RPP ini yang dipelajari yang diberi tanda *bold*

### C. Tujuan Pembelajaran

1. *Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru*
2. *Peserta didik mampu memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar*
3. *Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar*
4. *Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai*
5. *Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar*
6. *Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar*
7. *Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar*

### D. Materi Pembelajaran

#### 1. Materi Pembelajaran Reguler

Turunan fungsi aljabar

#### 2. Materi Pembelajaran Remedial

Penguatan dan pembahasan soal atau materi turunan fungsi aljabar dari guru

#### 3. Materi Pembelajaran Pengayaan

Soal-soal latihan berdasarkan materi turunan fungsi aljabar yang telah disampaikan guru

### E. Metode Pembelajaran

Ceramah strategi *worked example* tanpa *voice note group whatsapp*

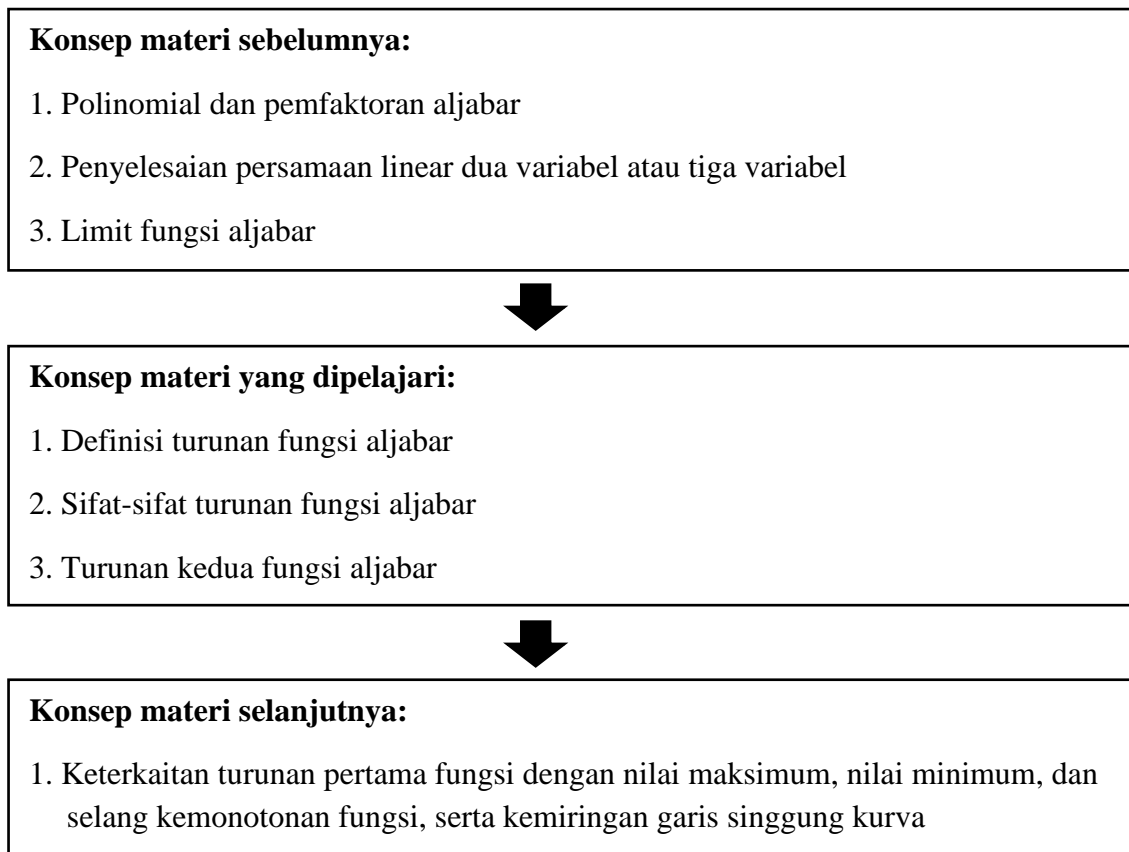
### F. Sumber Belajar

1. Miyanto, Anna Yuni Astuti, dan Muklis. (2020). *Matematika Untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Bantul: PT Penerbit Intan Pariwara (33-56).
2. Suprijanto, H. Sigit, dkk. (2009). *Matematika SMA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Yudhistira (197-227).

## G. Media Pembelajaran

1. Soal *post test* turunan fungsi aljabar
2. Sarana penunjang pembelajaran *online* (laptop, *handphone*, *ballpoint*, HVS atau kertas folio bergaris, dll)
3. Aplikasi Geogebra

## H. Skema Pembelajaran



## I. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

Kegiatan Pendahuluan	Waktu
Assalamu'alaikum warahmatullah.... Anak-anak, sebelum kita memulai ujian post test tentang turunan fungsi aljabar pada hari ini, mari kita berdoa menurut agama dan kepercayaan masing-masing. Berdoa dipersilakan.	90 menit
Hallo anak-anak, bagaimana kabarnya hari ini? Semoga kita semua selalu diberikan kesehatan ya, amiin.. Silakan siapkan dulu alat tulisnya, laptop, computer, dan handphone-nya.	
<b>Kegiatan Inti</b>	
Berikut ini file ujiannya, silakan perhatikan petunjuk pengerjaan soalnya ya. Sebagai presensi pada hari ini silakan isi google form berikut. <a href="https://forms.gle/Z2qQmMB8KyR3rHwZ8">https://forms.gle/Z2qQmMB8KyR3rHwZ8</a>	



Kegiatan Penutup
<p>Berhubung waktu sudah habis, ibu ingatkan sekali lagi ya beberapa hal berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bagi yang belum upload tugas pre test limit, silakan upload di email berikut: <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a> [paling lambat besok pagi pukul 10.00 WIB]</li> <li>2. Bagi yang belum upload tugas LKPD#1 dan LKPD#2 silakan segera upload di Edmodo [paling lambat besok pagi pukul 10.00 WIB]</li> <li>3. Bagi yang belum selesai ujian post test silakan segera upload di email berikut: <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a> [paling lambat besok pagi pukul 10.00 WIB]</li> </ol>
<p>Sebagai penutup, saya ucapkan terima kasih banyak atas izin yang telah diberikan untuk melakukan praktik metode pembelajaran skripsi serta ucapan terima kasih atas kerjasama dan keaktifan kalian dalam kegiatan pembelajaran <i>online</i> ini. Mungkin ibu akan masih chat beberapa orang yang belum mengumpulkan penugasan-penugasan.</p> <p>Karena kegiatan kita <i>online</i>, seminggu setelah ujian, sebagai kenang-kenangan untuk kelas ibu akan memberikan kuota masing-masing sebesar Rp 25.000,00 untuk 3 orang siswa yang mendapatkan nilai tertinggi di post test turunan fungsi aljabar.</p>
<p>Semoga apa yang sudah kita pelajari selama 3 pertemuan ini mengenai turunan fungsi aljabar dapat bermanfaat untuk kita dan lingkungan sekitar kita. Amiin.. Sekian yang dapat ibu sampaikan, apabila terdapat kesalahan yang tidak berkenan selama menyampaikan pelajaran, ibu mohon maaf. Tetap jaga kesehatan dan salam sukses. Wassalamu'alaikum warahmatullah...</p>

## J. Penilaian

### 1. Penilaian Sikap Spiritual dan Sosial

- a. Teknik penilaian : observasi dari kehadiran
- b. Bentuk instrumen : pedoman penilaian sikap (halaman 39) dan lembar observasi penilaian sikap (halaman 40)
- c. Kisi-kisi

No.	Sikap	Indikator
1	Menghadiri ujian <i>online</i>	Mengisi daftar kehadiran ujian <i>online</i>
2	Disiplin dalam mengumpulkan hasil ujian	Mengirimkan hasil ujian ke forum penugasan email sesuai dengan ketentuan dan berdasarkan waktu yang telah disediakan
3	Tanggung jawab dalam mengerjakan soal ujian	Mengerjakan soal ujian yang diberikan oleh guru

## 2. Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

- Teknik penilaian: *post-test* (halaman 195)
- Bentuk instrumen: uraian dan pedoman penskoran
- Kisi-kisi

Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	Indikator Soal	Level Kognitif	Nomor Butir
<i>Post-test</i>			
3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi	3.8.1.1 Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan cara definisi jika diketahui dua fungsi aljabar berbeda.	<i>Apply</i>	1
	3.8.1.2 Menentukan turunan pertama sebuah fungsi aljabar di $x = 5$ menggunakan cara definisi.		2
3.8.2 Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan	3.8.2.1 Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai untuk mencari turunan pertama fungsi yang disajikan dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.	<i>Remember</i>	3
	3.8.2.2 Memasangkan contoh fungsi aljabar yang sesuai berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.		4
3.8.3 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi	3.8.3.1 Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi jika diketahui dua fungsi aljabar yang berbeda.	<i>Apply</i>	5

3.8.4	Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai	3.8.4.1	Menentukan turunan pertama suatu fungsi aljabar dengan menggunakan aturan dalil rantai.	<i>Apply</i>	6
3.8.5	Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya	3.8.5.1	Membuat grafik suatu fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi aljabar tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.	<i>Create</i>	7
3.8.6	Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar	3.8.6.1	Membuat sebuah contoh soal fungsi aljabar serta solusi untuk mencari turunan pertama fungsi tersebut berdasarkan salah satu sifat dalam turunan fungsi aljabar yang sudah dipahami. [ <i>Catatan: contoh soal yang dibuat merupakan asli dari pemikiran peserta didik sendiri</i> ]	<i>Create</i>	8
4.8.1	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar	4.8.1.1	Menentukan nilai $a + 3b^2$ jika diketahui suatu fungsi aljabar yang memuat variabel $a$ dan $b$ , nilai turunan $f'(4)$ , serta $f'(7)$ . [ <i>Petunjuk: boleh menggunakan kalkulator jika diperlukan</i> ]	<i>Evaluate</i>	9
		4.8.1.2	Menentukan $p''(x)$ jika diketahui fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ , serta $p(x)$ yang didefinisikan sebagai $p(x) = f'(x) - g'(x)$ .	<i>Analyze</i>	10

### Pedoman Penilaian Sikap

Berikut pedoman untuk melakukan penilaian sikap kegiatan pembelajaran *online* untuk KD 3.8 dan KD 4.8 mengenai definisi turunan fungsi aljabar, sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan turunan kedua fungsi aljabar untuk dua pertemuan:

1. Kehadiran

Skor 1, apabila peserta didik hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

Skor 0, apabila peserta didik tidak hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

2. Disiplin

Skor 2, apabila peserta didik mengumpulkan tugas tepat waktu

Skor 1, apabila peserta didik terlambat mengumpulkan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengumpulkan tugas

3. Tanggung jawab

Skor 1, apabila peserta didik mengerjakan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengerjakan tugas

4. Nilai

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh peserta didik}}{\text{Total skor maksimum}} \times 100$$

5. Predikat

Konversi Nilai	Predikat	Keterangan
81 – 100	A	Sangat Baik
66 – 80	B	Baik
51 – 65	C	Cukup
0 – 50	D	Kurang

## Lembar Observasi Penilaian Sikap

Kelas/Semester : ..... / Genap  
Tahun Pelajaran : 2020/2021  
Periode Pengamatan : .....  
Butir Nilai : Kehadiran, disiplin mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas

---

### Petunjuk

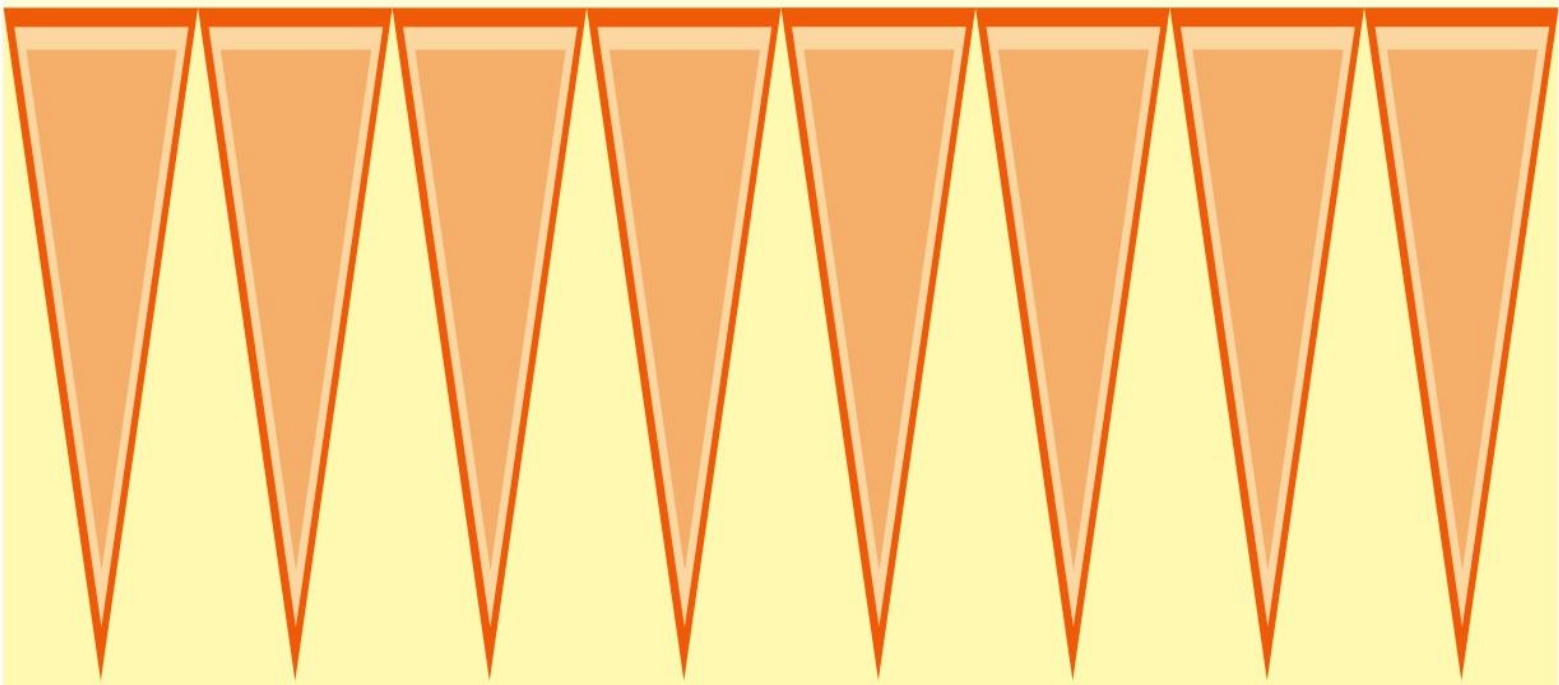
Berdasarkan pengamatan selama periode ini, diberikan penilaian mengenai sikap/perilaku peserta didik selama dalam kegiatan pembelajaran *online*, terkait dengan kehadiran, disiplin dalam mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas yang diberikan guru.

No.	Nama Peserta Didik	Kehadiran	Disiplin	Tanggung Jawab	Nilai	Predikat
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
dst						
<b>Rata-rata kelas</b>						

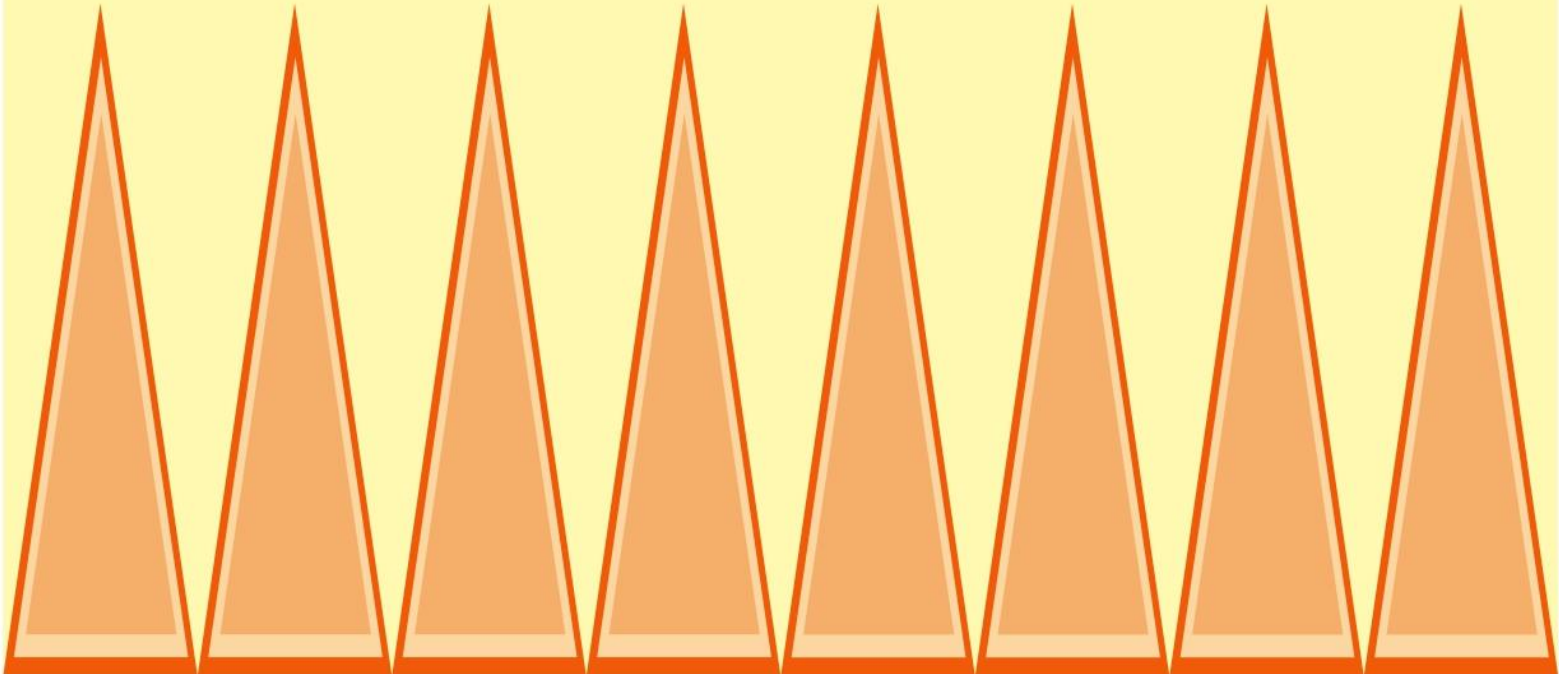
Yogyakarta, .....

Mahasiswa Praktikan,

Wahyuni Eka Maryati  
NIM 17301241027



**LKPD**  
**STRATEGI *WORKED EXAMPLE***  
**TANPA *VOICE NOTE***





## MATERI TURUNAN FUNGSI ALJABAR

### Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### Kompetensi Dasar

- 3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi
- 4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar

## KONSEP MATERI YANG AKAN DIPELAJARI

### Konsep yang relevan sebelumnya

1. Polinomial dan pemfaktoran aljabar
2. Limit fungsi aljabar
3. Penyelesaian persamaan linear dua variabel atau tiga variabel

### Konsep baru

1. Definisi turunan fungsi aljabar
2. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar, yaitu:
  - a. Sifat turunan fungsi pangkat
  - b. Sifat turunan jumlah fungsi
  - c. Sifat turunan selisih fungsi
  - d. Sifat turunan hasil kali fungsi
  - e. Sifat turunan hasil bagi fungsi
  - f. Aturan dalil rantai
3. Turunan kedua fungsi aljabar

### Konsep materi selanjutnya

1. Keterkaitan turunan pertama fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva

## DEFINISI TURUNAN FUNGSI ALJABAR

---

### Indikator Pencapaian Kompetensi

3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi

### Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru

## Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi

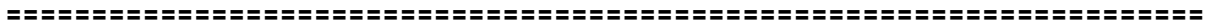
---

### PETUNJUK PEMBELAJARAN

1. Lembar kerja peserta didik terdiri dari materi singkat, *QR code*, dan latihan soal.
2. Bacalah materi singkat dan simaklah penjelasan melalui *scan QR code* yang tersedia. *QR code* berisi tentang video penjelasan makna grafik turunan fungsi aljabar yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar (materi prasyarat).
3. Isilah bagian yang masih rumpang dan kerjakanlah soal-soal yang tersedia untuk latihan dan memperkuat pengetahuan yang telah kalian pahami.
4. Kerjakan di buku tulis/ kertas HVS/ kertas folio.
5. Isilah tingkat kesulitan soal dengan mencentang ( $\surd$ ) pada lembar kerja peserta didik atau menuliskan skala kesulitan di lembar jawab latihan soal.

**Alokasi waktu: 55 menit**

# Yukss Kita Mengenal Turunan Fungsi Aljabar



Ingatkah kalian dengan limit?

Misalkan, kita akan mencari nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

⇒ 1. Memfaktorkan bagian pembilang dan penyebut

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

⇒ 2. Membagi pembilang dan penyebut yang memiliki faktor yang sama

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

⇒ 3. Menuliskan faktor yang masih tersisa

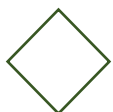
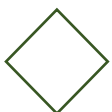
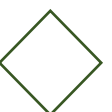
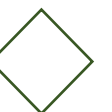

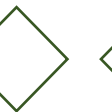
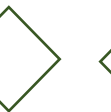
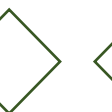

$$= \dots$$

⇒ 4. Substitusikan  $x = 1$  dan diperoleh hasil limit

Jadi, nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}$  adalah ... .

⇒ 5. Menuliskan simpulan

Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

								
Sangat-sangat mudah	Sangat mudah	Mudah	Agak mudah	Tidak mudah atau tidak sulit	Agak sulit	Sulit	Sangat sulit	Sangat-sangat sulit

Penerapan turunan dalam kehidupan sehari-hari

Contoh:

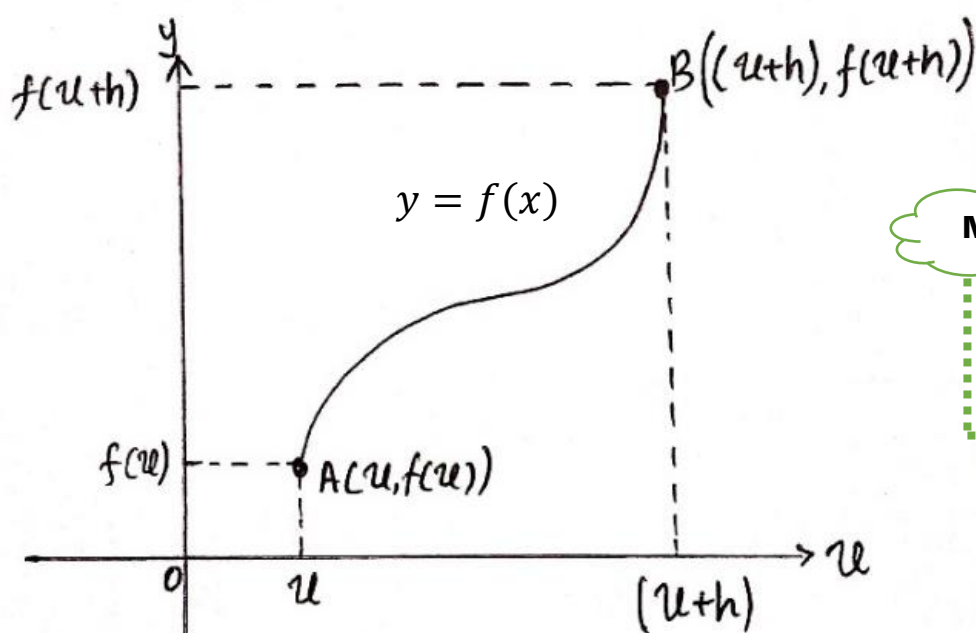
1. ....
2. ....
3. ....

## Definisi turunan

Jika fungsi  $f(x)$  *diferensiabel* (mempunyai turunan) untuk setiap nilai  $x$  dalam domain  $D$  dengan  $D \in \mathbb{R}$ , maka turunan fungsi  $f(x)$  ditulis  $f'(x)$  dengan rumus,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Perhatikan gambar grafik berikut.



Catatan:

- (1)  $f'(x)$  disebut sebagai fungsi turunan dari  $f(x)$ .
- (2) Proses menentukan  $f'(x)$  dari  $f(x)$  disebut penurunan (*diferensial*).
- (3) Notasi lain untuk turunan dari fungsi  $y = f(x)$  adalah

$$y' \text{ atau } \frac{df(x)}{dx} \text{ atau } \frac{dy}{dx}$$

- (4) Bentuk  $\frac{df(x)}{dx}$  atau  $\frac{dy}{dx}$  disebut *notasi Leibniz* untuk turunan.

## Contoh 1

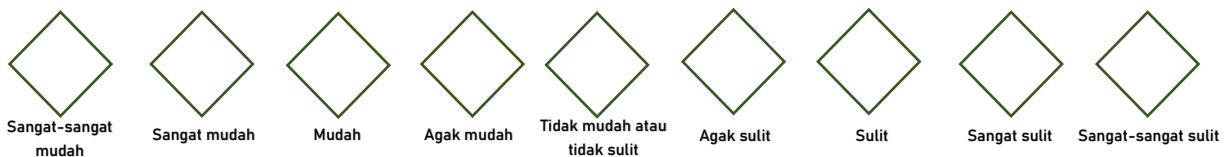
Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^2 + 3$  menggunakan definisi.

*Jawab:*

Diketahui  $f(x) = 3x^2 + 3$ , maka  $f(x + h) = 3(x + h)^2 + 3 \implies$  1. Menuliskan fungsi  $f(x)$  dan  $f(x + h)$

$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2. Menuliskan rumus umum turunan pertama fungsi aljabar</span>
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h)^2 + 3] - [3x^2 + 3]}{h}$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">3. Menuliskan fungsi <math>f(x)</math> dan <math>f(x + h)</math></span>
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3x^2 + 6xh + 3h^2 + 3] - [3x^2 + 3]}{h}$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">4. Kalikan hasil pemfaktoran</span>
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 + 3 - 3x^2 - 3}{h}$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5. Keluarkan semua suku fungsi aljabar dari tanda kurung</span>
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2}{h}$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">6. Selesaikan perhitungan suku-suku sejenis</span>
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(6x + 3h)h}{h}$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">7. Keluarkan <math>h</math> pada bagian pembilang, agar bisa membagi penyebut <math>h</math></span>
$= \lim_{h \rightarrow 0} 6x + 3h, \text{ ingat bahwa } h = 0$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">8. Substitusikan <math>h = 0</math> pada fungsi aljabar yang diperoleh</span>
$= 6x$	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">9. Diperoleh hasil turunan pertama fungsi aljabar dengan cara definisi</span>
<p>Jadi, <math>f'(x) = 6x</math></p>	$\implies$ <span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">10. Menuliskan simpulan</span>

Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:





## Latihan 1

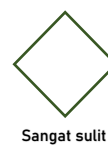
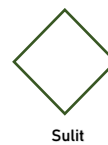
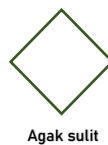
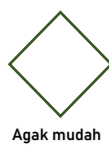
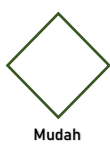
Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

a.  $f(x) = 2x - 4$

b.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$

*Jawab:*

Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:





## Latihan Soal Dulu Yukss....

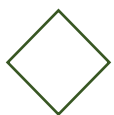
=====

Tentukan turunan pertama fungsi berikut, dengan menggunakan definisi turunan fungsi aljabar.

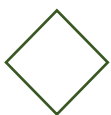
- $f(x) = 7x - 9$
- $f(x) = 5x^2 - 3x + 6$
- $f(x) = 3x^3 - 2x$

*Jawab:*

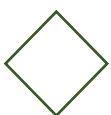
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



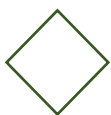
Sangat-sangat mudah



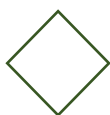
Sangat mudah



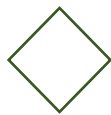
Mudah



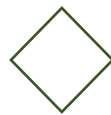
Agak mudah



Tidak mudah atau tidak sulit



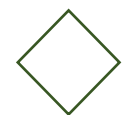
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

*Note:* Kerjakan latihan-latihan soal pada LKPD ini, kemudian kirimkan hasil pekerjaan kalian melalui edmodo



## SIFAT-SIFAT TURUNAN FUNGSI ALJABAR DAN TURUNAN KEDUA FUNGSI ALJABAR

### Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.8.2. Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan
- 3.8.3. Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi
- 3.8.4. Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai
- 3.8.5. Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya
- 3.8.6. Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar
- 4.8.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar

### Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
2. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
3. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai
4. Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
5. Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
6. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar

**Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan, menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi, dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai**

---

### **PETUNJUK PEMBELAJARAN**

1. Lembar kerja peserta didik terdiri dari materi singkat, *QR code*, dan latihan soal.
2. Bacalah materi singkat dan simaklah pembuktian rumus dengan *scan QR code* yang tersedia. *QR code* berisi tentang video penjelasan asal mula rumus sifat-sifat turunan fungsi aljabar.
3. Isilah bagian yang masih rumpang dan kerjakanlah soal-soal yang tersedia untuk latihan dan memperkuat pengetahuan yang telah kalian pahami.
4. Kerjakan di buku tulis/ kertas HVS/ kertas folio.
5. Isilah tingkat kesulitan soal dengan mencentang ( $\checkmark$ ) pada lembar kerja peserta didik atau menuliskan skala kesulitan di lembar jawab latihan soal.

**Alokasi waktu: 65 menit**

## Apa Saja Sifat-Sifat Turunan Fungsi Aljabar?

=====

Perhatikan contoh soal berikut.

Misalkan punya fungsi berikut,

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3$$

Turunannya adalah  $f'(x) = \frac{3}{2}x^2$

## Sifat 1

### Turunan Fungsi Pangkat

Misalkan  $f(x) = ax^n$ , fungsi tersebut disebut sebagai fungsi pangkat. Turunan fungsi pangkat adalah

$$f'(x) = anx^{n-1}$$



#### Contoh 1

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 24x^6$ .

*Jawab:*

$$f(x) = 24x^6$$

Menggunakan sifat

$$f'(x) = anx^{n-1}$$

$$a = 24$$

$$n = 6$$

$$n - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= anx^{n-1} \\ &= 24 \cdot 6x^5 \\ &= 144x^5 \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = 144x^5$

⇒ 1. Menuliskan  $f(x)$

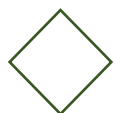
⇒ 2. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai

⇒ 3. Menentukan nilai  $a, n$ , dan  $n - 1$

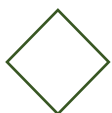
⇒ 4. Substitusikan nilai  $a, n$ , dan  $n - 1$  ke dalam rumus umum turunan pertama fungsi yang sesuai

⇒ 5. Menuliskan simpulan

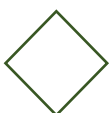
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



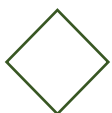
Sangat-sangat mudah



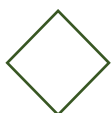
Sangat mudah



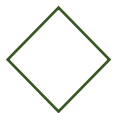
Mudah



Agak mudah



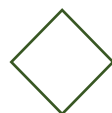
Tidak mudah atau tidak sulit



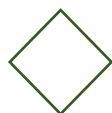
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 1

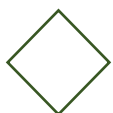
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = 7x^{-4}$

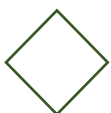
b.  $f(x) = 6x^{-\frac{1}{2}}$

*Jawab:*

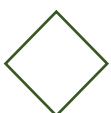
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



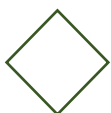
Sangat-sangat mudah



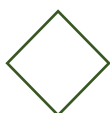
Sangat mudah



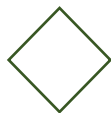
Mudah



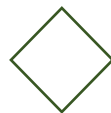
Agak mudah



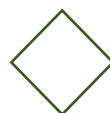
Tidak mudah atau tidak sulit



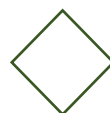
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 2

### Turunan Jumlah Fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) + v(x)$ , dengan  $f(x)$  adalah jumlah dari dua fungsi yaitu  $u(x)$  dan  $v(x)$ , dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan jumlah fungsi tersebut adalah

$$f'(x) = u'(x) + v'(x)$$



#### Contoh 2

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 6x^3 + 12x^2$ .

*Jawab:*

$$f(x) = 6x^3 + 12x^2$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Misalkan  $u(x) = 6x^3$        $v(x) = 12x^2$   
 $u'(x) = 18x^2$        $v'(x) = 24x$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$   
 $= 18x^2 + 24x$

Jadi,  $f'(x) = 18x^2 + 24x$

- ⇒ 1. Menuliskan  $f(x)$
- ⇒ 2. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai
- ⇒ 3. Memisalkan  $u(x)$  dan  $v(x)$  serta menentukan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$
- ⇒ 4. Substitusikan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ke dalam rumus umum sifat turunan fungsi aljabar dan lakukan perhitungan
- ⇒ 5. Menuliskan simpulan

Isilah dengan mencentang (✓) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



## Latihan 2

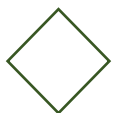
Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

a.  $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{2}x$

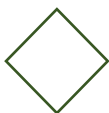
b.  $f(x) = \frac{2}{3}x^{-3} + x^2$

*Jawab:*

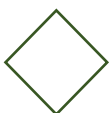
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



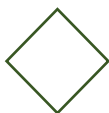
Sangat-sangat mudah



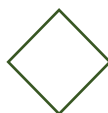
Sangat mudah



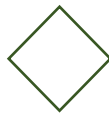
Mudah



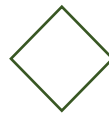
Agak mudah



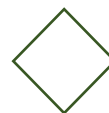
Tidak mudah atau tidak sulit



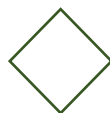
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 3

### Turunan Selisih Fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) - v(x)$ , dengan  $f(x)$  adalah selisih dari dua fungsi yaitu  $u(x)$  dan  $v(x)$ , dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan selisih fungsi tersebut adalah

$$f'(x) = u'(x) - v'(x)$$



### Contoh 3

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^4 - 5x^3$ .

*Jawab:*

$$f(x) = 3x^4 - 5x^3$$

⇒ 1. Menuliskan  $f(x)$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

⇒ 2. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= 3x^4 & v(x) &= 5x^3 \\ u'(x) &= 12x^3 & v'(x) &= 15x^2 \end{aligned}$$

⇒ 3. Memisalkan  $u(x)$  dan  $v(x)$  serta menentukan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$

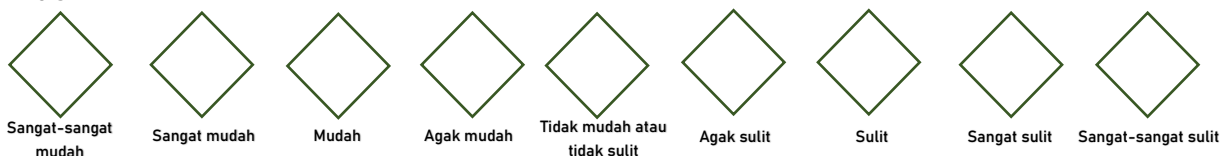
$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= u'(x) - v'(x) \\ &= 12x^3 - 15x^2 \end{aligned}$$

⇒ 4. Substitusikan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ke dalam rumus umum sifat turunan fungsi aljabar dan lakukan perhitungan

$$\text{Jadi, } f'(x) = 12x^3 - 15x^2$$

⇒ 5. Menuliskan simpulan

Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



### Latihan 3

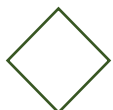
Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

a.  $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - 2x$

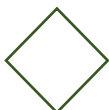
b.  $f(x) = x^{-3} - 4x^2$

*Jawab:*

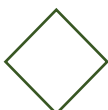
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



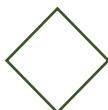
Sangat-sangat mudah



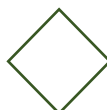
Sangat mudah



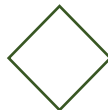
Mudah



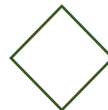
Agak mudah



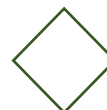
Tidak mudah atau tidak sulit



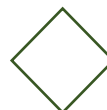
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 4

### Turunan Hasil Kali Fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$  dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan hasil kali fungsi adalah

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$



#### Contoh 4

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)$ .

*Jawab:*

$$f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)$$



1. Menuliskan  $f(x)$

Menggunakan sifat

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$



2. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai

Misalkan  $u(x) = 7x$     $v(x) = 2x^2 + 6x + 5$   
 $u'(x) = 7$     $v'(x) = 4x + 6$



3. Memisalkan  $u(x)$  dan  $v(x)$  serta menentukan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$

Sehingga,

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) \\ &= 7 \cdot [2x^2 + 6x + 5] + [7x] \cdot [4x + 6] \\ &= [14x^2 + 42x + 35] + [28x^2 + 42x] \\ &= 42x^2 + 84x + 35 \end{aligned}$$



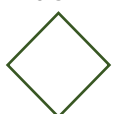
4. Substitusikan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ke dalam rumus umum sifat turunan fungsi aljabar dan lakukan perhitungan

Jadi,  $f'(x) = 42x^2 + 84x + 35$

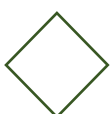


5. Menuliskan simpulan

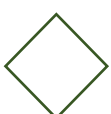
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



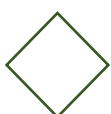
Sangat-sangat mudah



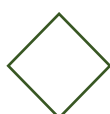
Sangat mudah



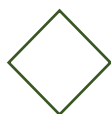
Mudah



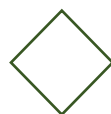
Agak mudah



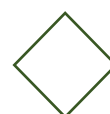
Tidak mudah atau tidak sulit



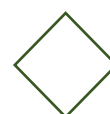
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Latihan 4

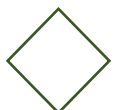
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = (3x^2 + 4)(4x - 2)$

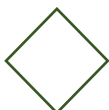
b.  $f(x) = (x^2 - 3x + 1)12x^3$

*Jawab:*

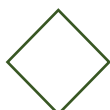
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



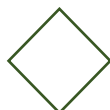
Sangat-sangat mudah



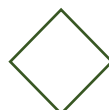
Sangat mudah



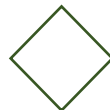
Mudah



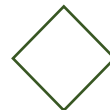
Agak mudah



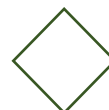
Tidak mudah atau tidak sulit



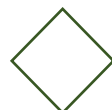
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Sifat 5 Turunan Hasil Bagi Fungsi

Misalkan  $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ , dengan  $v(x) \neq 0$ ,  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan hasil bagi fungsi adalah

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$



### Contoh 5

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 6}{2x - 3}$

*Jawab:*

$$f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 6}{2x - 3}$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

Misalkan  $u(x) = 3x^2 - 5x + 6$      $v(x) = 2x - 3$   
 $u'(x) = 6x - 5$                        $v'(x) = 2$

Sehingga,  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

$$= \frac{[6x - 5] \cdot [2x - 3] - [3x^2 - 5x + 6] \cdot [2]}{[2x - 3]^2}$$

$$= \frac{[12x^2 - 28x + 15] - [6x^2 - 10x + 12]}{[2x - 3]^2}$$

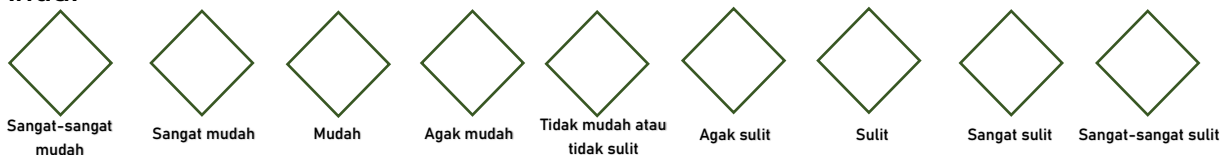
$$= \frac{12x^2 - 28x + 15 - 6x^2 + 10x - 12}{[2x - 3]^2}$$

$$= \frac{6x^2 - 18x + 3}{[2x - 3]^2}$$

Jadi,  $f'(x) = \frac{6x^2 - 18x + 3}{[2x - 3]^2}$

- ⇒ 1. Menuliskan  $f(x)$
- ⇒ 2. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai
- ⇒ 3. Memisalkan  $u(x)$  dan  $v(x)$  serta menentukan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$
- ⇒ 4. Substitusikan  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ke dalam rumus umum sifat turunan fungsi aljabar dan lakukan perhitungan
- ⇒ 5. Menuliskan simpulan

Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



## Latihan 5

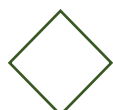
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = \frac{x^2-3x}{2x-1}$

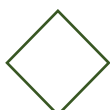
b.  $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$

*Jawab:*

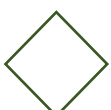
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



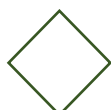
Sangat-sangat mudah



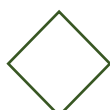
Sangat mudah



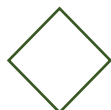
Mudah



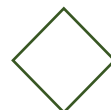
Agak mudah



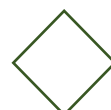
Tidak mudah atau tidak sulit



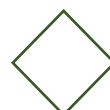
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 6

### Aturan Dalil Rantai

Misalkan  $y = (f \circ u)(x) = f(u(x))$  dengan  $f$  dan  $u$  adalah fungsi-fungsi yang mempunyai turunan maka

$$y' = f'(u(x)) \cdot u'(x) \text{ atau } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

#### Contoh 6

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6$  dengan menggunakan aturan dalil rantai

*Jawab:*  
Diketahui  $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6$

⇒ 1. Menuliskan  $f(x)$

Misalkan  $u(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9$ ,  
sehingga  $f(u) = [u(x)]^6$

⇒ 2. Memisalkan fungsi aljabar sebagai  $u(x)$ , sehingga  $f(u) = u^6$

$$\begin{aligned} f(u) &= [u(x)]^6 & u(x) &= 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9 \\ f'(u) &= \frac{df}{du} = 6[u(x)]^5 & u'(x) &= \frac{du}{dx} = 12x^3 + 15x^2 - 4x + 7 \end{aligned}$$

⇒ 3. Menentukan turunan pertama  $f(u)$  yaitu  $6u^5$  dan turunan pertama

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 6[u(x)]^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7), \end{aligned}$$

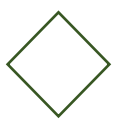
⇒ 4. Mengalikan hasil turunan pertama  $f(u)$  dan  $u(x)$ , kemudian mensubstitusikan  $u(x)$  dengan fungsi aljabar semula

substitusikan  $u(x)$  ke bentuk semula

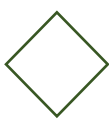
$$\begin{aligned} &= 6(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7) \\ &= 6(12x^3 + 15x^2 - 4x + 7)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \\ &= (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5$  ⇒ 5. Menuliskan simpulan

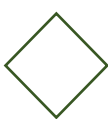
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



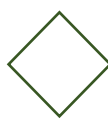
Sangat-sangat mudah



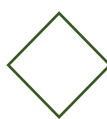
Sangat mudah



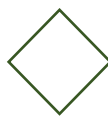
Mudah



Agak mudah



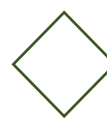
Tidak mudah atau tidak sulit



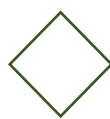
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Latihan 6

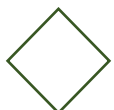
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = (3x^2 - x + 4)^7$

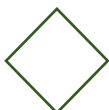
b.  $f(x) = (12x^3)^{-3}$

*Jawab:*

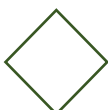
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



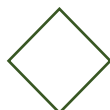
Sangat-sangat mudah



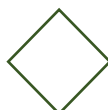
Sangat mudah



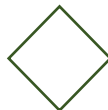
Mudah



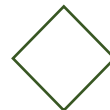
Agak mudah



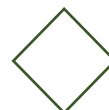
Tidak mudah atau tidak sulit



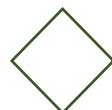
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Apa Itu Turunan Kedua Fungsi Aljabar?

Ingatkah kalian dengan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan cara definisi?

Misalkan, kita akan mencari turunan pertama dari  $f(x) = x^2 - 9x + 1$

*Jawab:*

$f(x) = x^2 - 9x + 1$ $f(x+h) = (x+h)^2 - 9(x+h) + 1$	$\Rightarrow$	<b>1.</b> Menuliskan fungsi $f(x)$ dan $f(x+h)$
$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	$\Rightarrow$	<b>2.</b> Menuliskan rumus umum turunan pertama fungsi aljabar
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\dots] - [\dots]}{h}$	$\Rightarrow$	<b>3.</b> Menuliskan fungsi $f(x)$ dan $f(x+h)$
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\dots] - [\dots]}{h}$	$\Rightarrow$	<b>4.</b> Kalikan hasil pemfaktoran
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$	$\Rightarrow$	<b>5.</b> Keluarkan semua suku fungsi aljabar dari tanda kurung
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots}{h}$	$\Rightarrow$	<b>6.</b> Selesaikan perhitungan suku-suku sejenis
$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots)h}{h}$	$\Rightarrow$	<b>7.</b> Keluarkan $h$ pada bagian pembilang, agar bisa membagi penyebut $h$
$= \lim_{h \rightarrow 0} \dots, \text{ ingat bahwa } h \neq 0$	$\Rightarrow$	<b>8.</b> Substitusikan $h = 0$ pada fungsi aljabar yang diperoleh
$= \dots$	$\Rightarrow$	<b>9.</b> Diperoleh hasil turunan pertama fungsi aljabar dengan cara definisi
<p>Jadi, <math>f'(x) = \dots</math></p>	$\Rightarrow$	<b>10.</b> Menuliskan simpulan

Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sangat-sangat mudah	Sangat mudah	Mudah	Agak mudah	Tidak mudah atau tidak sulit	Agak sulit	Sulit	Sangat sulit	Sangat-sangat sulit

## Manfaat turunan kedua fungsi aljabar

Contoh:

1. ....  
.....
2. ....  
.....
3. ....  
.....

## Pengertian turunan kedua

Jika  $f'(x)$  diturunkan lagi terhadap  $x$  akan diperoleh turunan kedua dari fungsi  $f(x)$  terhadap  $x$ . Turunan kedua fungsi  $f(x)$  dituliskan menjadi  $f''(x)$  atau  $\frac{d^2f}{dx^2}$ .

Akibatnya,

$$f''(x) = \frac{df'(x)}{dx} = \frac{d^2f}{dx^2}$$

## Contoh 7

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = 4x^3 - 5x^2$  menggunakan definisi.

**Jawab:**

$$f(x) = 4x^3 - 5x^2 \quad f(x+h) = 4(x+h)^3 - 5(x+h)^2 \implies$$

1. Menuliskan fungsi  $f(x)$  dan  $f(x+h)$

$$f'(x) = 12x^2 - 10x \quad f'(x+h) = 12(x+h)^2 - 10(x+h) \implies$$

2. Menuliskan turunan pertama fungsi  $f(x)$  dan  $f(x+h)$

$$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$$

3. Menuliskan rumus umum turunan kedua fungsi

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[12(x+h)^2 - 10(x+h)] - [12x^2 - 10x]}{h}$$

4. Menuliskan turunan pertama fungsi  $f(x)$  dan  $f(x+h)$  dengan menggunakan sifat fungsi aljabar

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[12x^2 + 24xh + 12h^2 - 10x - 10h] - [12x^2 - 10x]}{h}$$

5. Kalikan hasil pemfaktoran

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{12x^2 + 24xh + 12h^2 - 10x - 10h - 12x^2 + 10x}{h}$$

6. Keluarkan semua suku fungsi aljabar dari tanda kurung

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{24xh + 12h^2 - 10h}{h}$$

7. Selesaikan perhitungan suku-suku sejenis

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(24x + 12h - 10)h}{h}$$

8. Keluarkan  $h$  pada bagian pembilang, agar bisa membagi penyebut  $h$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 24x + 12h - 10, \text{ ingat bahwa } h = 0$$

9. Substitusikan  $h = 0$  pada fungsi aljabar yang diperoleh

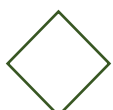
$$= 24x - 10$$

10. Diperoleh hasil turunan kedua fungsi aljabar dengan cara definisi

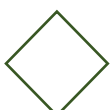
$$\text{Jadi, } f''(x) = 24x - 10$$

11. Menuliskan simpulan

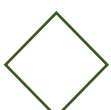
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



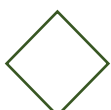
Sangat-sangat mudah



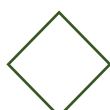
Sangat mudah



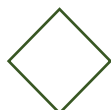
Mudah



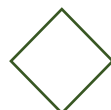
Agak mudah



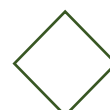
Tidak mudah atau tidak sulit



Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 7

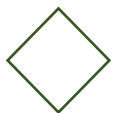
Tentukan turunan kedua fungsi berikut, dengan menggunakan definisi.

a.  $f(x) = x^3 + 5x^2$

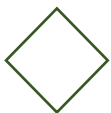
b.  $f(x) = 7x^2 - 3x + 9$

*Jawab:*

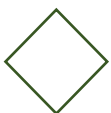
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



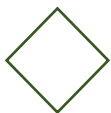
Sangat-sangat mudah



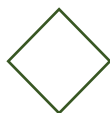
Sangat mudah



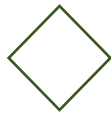
Mudah



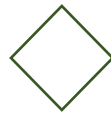
Agak mudah



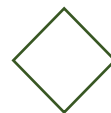
Tidak mudah atau tidak sulit



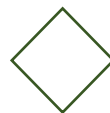
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Contoh 8

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = 4x^3 - 5x^2$  menggunakan sifat turunan fungsi aljabar.

**Jawab:**

$f(x) = 4x^3 - 5x^2$ , menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$



1. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah

$f'(x) = 12x^2 - 10x$  (turunan pertama)



2. Menentukan turunan pertama fungsi aljabar berdasarkan sifat turunan fungsi

$f''(x) = 24x - 10$  (turunan kedua)



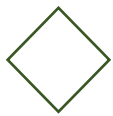
3. Menentukan turunan kedua fungsi aljabar berdasarkan sifat turunan fungsi

Jadi,  $f''(x) = 24x - 10$



4. Menuliskan simpulan

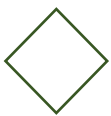
Isilah dengan mencentang (✓) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



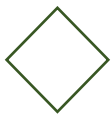
Sangat-sangat mudah



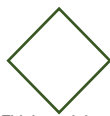
Sangat mudah



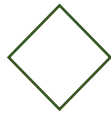
Mudah



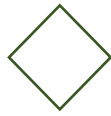
Agak mudah



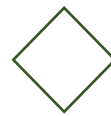
Tidak mudah atau tidak sulit



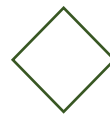
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Latihan 8

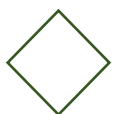
Tentukan turunan kedua fungsi berikut, dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar.

a.  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 5x$

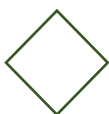
b.  $f(x) = 2x(4x - 5)$

*Jawab:*

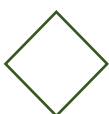
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



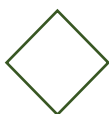
Sangat-sangat mudah



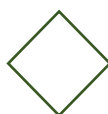
Sangat mudah



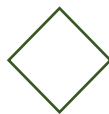
Mudah



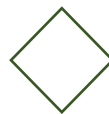
Agak mudah



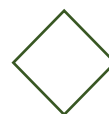
Tidak mudah atau tidak sulit



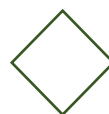
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

**Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya, membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar**

---

### PETUNJUK PEMBELAJARAN

1. Lembar kerja peserta didik terdiri dari materi singkat, *QR code*, dan latihan soal.
2. Bacalah materi singkat dan simaklah pembahasan soal melalui *scan QR code* yang tersedia. *QR code* berisi tentang video penjelasan menggambar grafik fungsi dan turunannya menggunakan aplikasi *geogebra*.
3. Isilah bagian yang masih rumpang dan kerjakanlah soal-soal yang tersedia untuk latihan dan memperkuat pengetahuan yang telah kalian pahami.
4. Kerjakan di buku tulis/ kertas HVS/ kertas folio.
5. Isilah tingkat kesulitan soal dengan mencentang ( $\checkmark$ ) pada lembar kerja peserta didik atau menuliskan skala kesulitan di lembar jawab latihan soal.

**Alokasi waktu: 15 menit**

# Yukss Kita Perdalam dengan Latihan Soal Pengembangan

## Contoh 9

Diketahui  $f(x) = x^2 - 5x + 7$ . Gambarkan grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.

*Jawab:*

1. Menuliskan fungsi  $f(x)$



$$f(x) = x^2 - 5x + 7$$

2. Menentukan  $f'(x)$

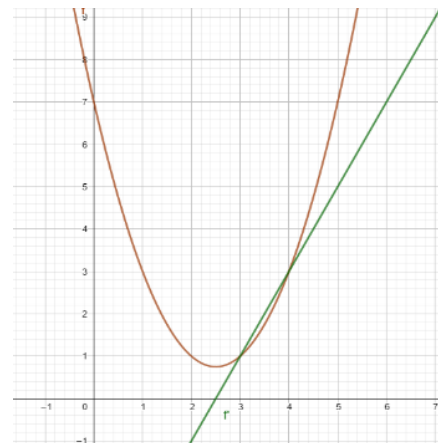


$$f'(x) = 2x - 5$$

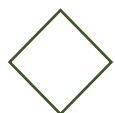
3. Membuat gambar grafik  $f(x)$  dan  $f'(x)$  menggunakan geogebra



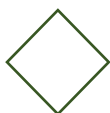
Gambar grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama, yaitu



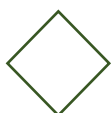
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



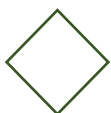
Sangat-sangat mudah



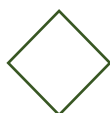
Sangat mudah



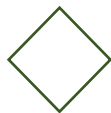
Mudah



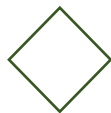
Agak mudah



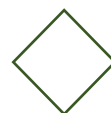
Tidak mudah atau tidak sulit



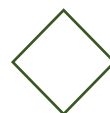
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Latihan 9

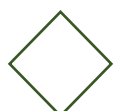
Gambarkan grafik fungsi dan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = -2x^2 + 3x - 6$

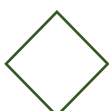
b.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 15$

*Jawab:*

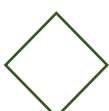
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



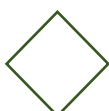
Sangat-sangat mudah



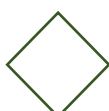
Sangat mudah



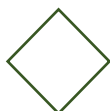
Mudah



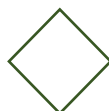
Agak mudah



Tidak mudah atau tidak sulit



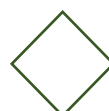
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Contoh 10

Diketahui fungsi  $f(x) = 7x - 5$ , tentukan turunan pertama fungsi  $f(x)$  di  $x = 4$  dengan menggunakan definisi.

*Jawab:*

$$f(x) = 7x - 5 = 7(4) - 5$$

$$f(x+h) = 7(x+h) - 5 = 7(4+h) - 5$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[7(4+h) - 5] - [7(4) - 5]}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[23+7h] - [23]}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7h}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} 7$$

$$= 7$$

Jadi,  $f'(x) = 7$

1. Menuliskan  $f(x)$  dan  $f(x+h)$  dengan substitusi nilai  $x = 4$

2. Menuliskan rumus umum turunan pertama fungsi aljabar

3. Menuliskan fungsi  $f(x)$  dan  $f(x+h)$

4. Kalikan hasil pemfaktoran

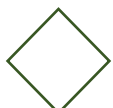
5. Selesaikan perhitungan suku-suku sejenis

6. Bagilah  $h$  pada pembilang dan  $h$  pada penyebut

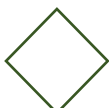
7. Diperoleh hasil turunan pertama fungsi aljabar dengan cara

8. Menuliskan simpulan

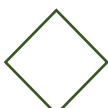
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



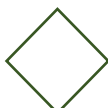
Sangat-sangat mudah



Sangat mudah



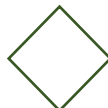
Mudah



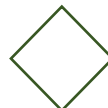
Agak mudah



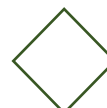
Tidak mudah atau tidak sulit



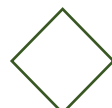
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Latihan 10

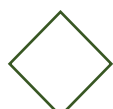
Tentukan turunan pertama fungsi berikut dengan definisi:

a.  $f(x) = -5x^2 + x - 7$  di  $x = -3$

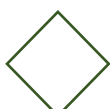
b.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$  di  $x = 7$

*Jawab:*

Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



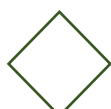
Sangat-sangat mudah



Sangat mudah



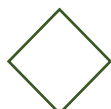
Mudah



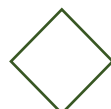
Agak mudah



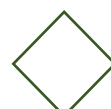
Tidak mudah atau tidak sulit



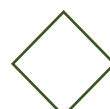
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



### Contoh 11

Diketahui fungsi  $f(x) = 2x^2 - 7x$  dan  $g(x) = 4x^3 + 6x - 15$ .  
Jika  $h(x) = f(x) + g(x)$ , maka tentukan turunan kedua fungsi  $h(x)$ .

**Jawab:**

$$f(x) = 2x^2 - 7x \text{ dan}$$

$$g(x) = 4x^3 + 6x - 15$$

⇒ 1. Menuliskan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

$$= [2x^2 - 7x] + [4x^3 + 6x - 15]$$

$$= 4x^3 + 2x^2 - x - 15$$

⇒ 2. Substitusikan  $f(x)$  dan  $g(x)$  dalam persamaan  $h(x)$

⇒ 3. Keluarkan semua suku fungsi aljabar dari tanda kurung dan selesaikan perhitungan suku-suku sejenis

$$h'(x) = 12x^2 + 4x - 1$$

⇒ 4. Menentukan turunan pertama fungsi aljabar

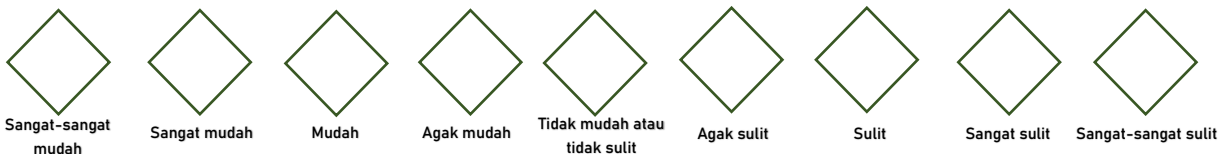
$$h''(x) = 24x + 4$$

⇒ 5. Menentukan turunan kedua fungsi aljabar

$$\text{Jadi, } h''(x) = 24x + 4$$

⇒ 6. Menuliskan simpulan

Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



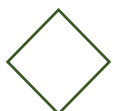
## Latihan 11

Diketahui fungsi  $f(x) = 3x^4 - 6x^2$  dan  $g(x) = 8x^3 - 7x$ .

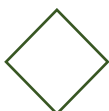
Jika  $q(x) = f(x) + g(x)$ , maka tentukan turunan kedua fungsi  $q(x)$ .

*Jawab:*

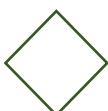
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



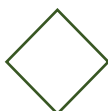
Sangat-sangat mudah



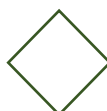
Sangat mudah



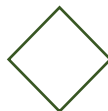
Mudah



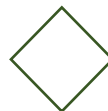
Agak mudah



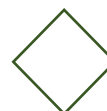
Tidak mudah atau tidak sulit



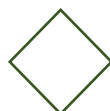
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Contoh 12

Diketahui fungsi  $f(x) = 2x^2 - 7x$  dan  $g(x) = 4x^3 + 6x - 15$ .  
Jika  $s(x) = f'(x) - g'(x)$ , maka tentukan  $s'(x)$ .

**Jawab:**

$$f(x) = -5x^4 - 3x + 4 \text{ dan}$$

$$g(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 - 7x$$



1. Menuliskan fungsi  $f(x)$  dan  $g(x)$

$$f'(x) = -20x^3 - 3$$

$$g'(x) = 2x^2 - 8x - 7$$



2. Menentukan  $f'(x)$  dan  $g'(x)$

$$s(x) = f'(x) - g'(x)$$

$$= [-20x^3 - 3] - [2x^2 - 8x - 7]$$



3. Substitusikan  $f'(x)$  dan  $g'(x)$  dalam persamaan  $s(x)$

$$= -20x^3 - 2x^2 + 8x + 4$$



4. Keluarkan semua suku fungsi aljabar dari tanda kurung dan selesaikan perhitungan suku-suku sejenis

$$s'(x) = -60x^2 - 4x + 8$$



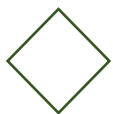
5. Menentukan turunan kedua fungsi aljabar

$$\text{Jadi, } s'(x) = -60x^2 - 4x + 8$$

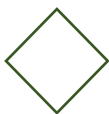


6. Menuliskan simpulan

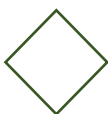
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



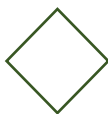
Sangat-sangat mudah



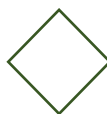
Sangat mudah



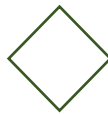
Mudah



Agak mudah



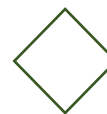
Tidak mudah atau tidak sulit



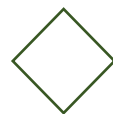
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



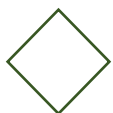
Sangat-sangat sulit

## Latihan 12

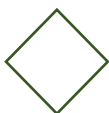
Diketahui fungsi  $f(x) = \frac{3}{2}x^6 - 2x^3 + 11$  dan  $g(x) = -7x^4 + 5x^2 - 13$ .  
Jika  $r(x) = f'(x) - g'(x)$ , maka tentukan  $r'(x)$ .

*Jawab:*

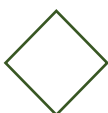
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



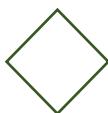
Sangat-sangat mudah



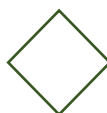
Sangat mudah



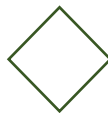
Mudah



Agak mudah



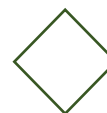
Tidak mudah atau tidak sulit



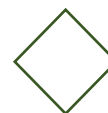
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

### Contoh 13

Diketahui fungsi  $f(x) = x^3 - px^2 - qx - 3$ . Jika  $f'(-3) = 58$  dan  $f'(2) = -7$ , maka tentukan nilai  $1\frac{2}{5}p - 2q^2$ .

**Jawab:**

$$f(x) = x^3 - px^2 - qx - 3$$

⇒ 1. Menuliskan fungsi  $f(x)$

Menggunakan sifat

$$f'(x) = anx^{n-1}$$

⇒ 2. Menuliskan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai

$$f'(x) = 3x^2 - 2px - q$$

⇒ 3. Menentukan turunan pertama fungsi  $f(x)$

Untuk  $x = -3$ , diperoleh

$$f'(-3) = 3(-3)^2 - 2p(-3) - q$$

⇒ 4. Substitusi  $x = -3$  ke dalam turunan pertama fungsi

$$58 = 27 + 6p - q$$

⇒ 5. Selesaikan perhitungan dan substitusikan  $f'(-3) = 58$  ke dalam turunan pertama fungsi

$$31 = 6p - q$$

⇒ 6. Diperoleh persamaan dua variabel ke-1 dari turunan pertama fungsi

Untuk  $x = 2$ , diperoleh

$$f'(2) = 3(2)^2 - 2p(2) - q$$

⇒ 7. Substitusi  $x = 2$  ke dalam turunan pertama fungsi

$$-7 = 12 - 4p - q$$

⇒ 8. Selesaikan perhitungan dan substitusikan  $f'(2) = -7$  ke dalam turunan pertama fungsi

$$-19 = -4p - q$$

⇒ 9. Diperoleh persamaan dua variabel ke-2 dari turunan pertama fungsi

Dengan menggunakan eliminasi dan substitusi diperoleh,

⇒ 10. Lakukan eliminasi persamaan ke-1 dan ke-2 turunan pertama fungsi untuk memperoleh nilai  $p$

$$\begin{array}{r|l} 6p - q = 31 & \times 1 \\ -4p - q = -19 & \times 1 \\ \hline 10p = 50 & \\ p = 5 & \end{array}$$

Karena  $p = 5$ , maka substitusi ke salah satu persamaan diperoleh,

⇒ 11. Lakukan substitusi ke salah satu persamaan, misalkan persamaan ke-1 turunan pertama fungsi untuk memperoleh nilai  $q$

$$31 = 6(5) - q \quad 31 - 30 = -q$$

$$31 = 30 - q \quad -1 = q$$

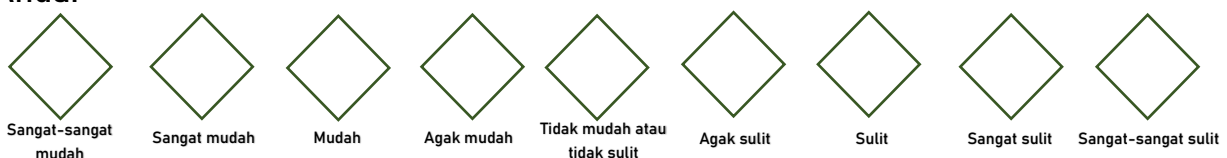
$$\text{Nilai } 1\frac{2}{5}p - 2q^2 = \frac{7}{5}(5) - 2(-1)^2 = 5$$

⇒ 12. Substitusikan nilai  $p$  dan  $q$  ke dalam  $1\frac{2}{5}p - 2q^2$

$$\text{Jadi, nilai } 1\frac{2}{5}p - 2q^2 = 5$$

⇒ 13. Menuliskan simpulan

Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

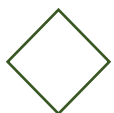


### Latihan 13

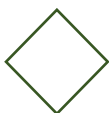
Diketahui fungsi  $f(x) = hx^4 - x^2 + kx - 6$ . Jika  $f'(-2) = 8$  dan  $f'(1) = 2$ , maka tentukan nilai  $6h^3 - 2\frac{2}{7}k$ .

*Jawab:*

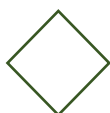
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



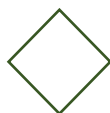
Sangat-sangat mudah



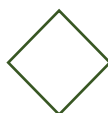
Sangat mudah



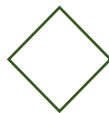
Mudah



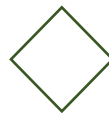
Agak mudah



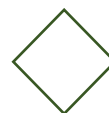
Tidak mudah atau tidak sulit



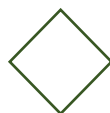
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan Soal Dulu Yukss....

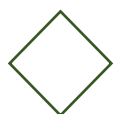
### Soal 1

Tentukan turunan pertama fungsi berikut, dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar

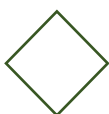
- $f(x) = 6x^7$
- $f(x) = 4x^3 + 5x^{\frac{1}{2}}$
- $f(x) = 3x^2 - 7x^{\frac{2}{7}}$
- $f(x) = 2x^4 - 6x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x^{-2}$
- $f(x) = (3x - 5)2x^5$
- $f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{3x}$
- $f(x) = (2x^4 - 3x^3 + 5x)^8$

*Jawab:*

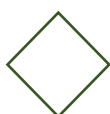
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



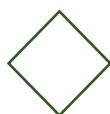
Sangat-sangat mudah



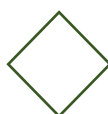
Sangat mudah



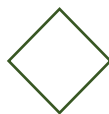
Mudah



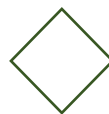
Agak mudah



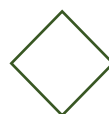
Tidak mudah atau tidak sulit



Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



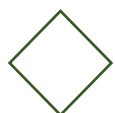
## Soal 2

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = -3x^3 + 7x^2 - 8x$  dengan:

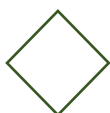
- menggunakan definisi
- menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar

*Jawab:*

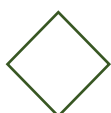
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



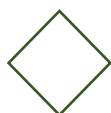
Sangat-sangat mudah



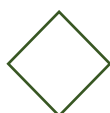
Sangat mudah



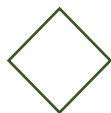
Mudah



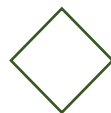
Agak mudah



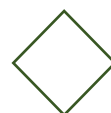
Tidak mudah atau tidak sulit



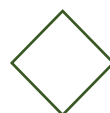
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



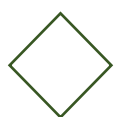
Sangat-sangat sulit

### Soal 3

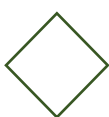
Diketahui  $f(x) = -2x^2 + 7x - 8$ . Gambarkan grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.

*Jawab:*

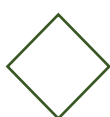
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



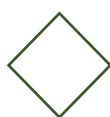
Sangat-sangat mudah



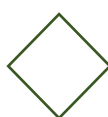
Sangat mudah



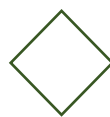
Mudah



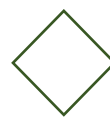
Agak mudah



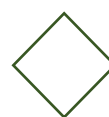
Tidak mudah atau tidak sulit



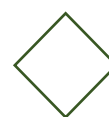
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



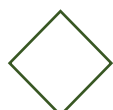
Sangat-sangat sulit

#### Soal 4

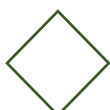
Diketahui fungsi  $f(x) = 5x^3 - 4x$ , tentukan turunan pertama fungsi  $f(x)$  di  $x = -2$  dengan menggunakan definisi.

*Jawab:*

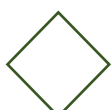
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



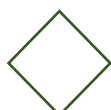
Sangat-sangat mudah



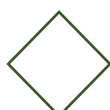
Sangat mudah



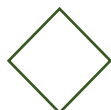
Mudah



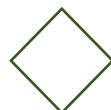
Agak mudah



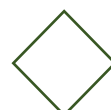
Tidak mudah atau tidak sulit



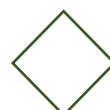
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



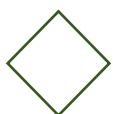
Sangat-sangat sulit

### Soal 5

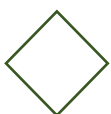
Diketahui fungsi  $f(x) = -x^3 - 3x - 2$  dan  $g(x) = -4x^2 - 7x$ . Jika  $h(x) = f(x) - g(x)$ , maka tentukan turunan kedua fungsi  $h(x)$ .

*Jawab:*

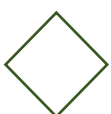
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



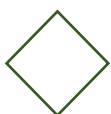
Sangat-sangat mudah



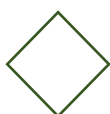
Sangat mudah



Mudah



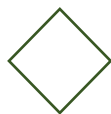
Agak mudah



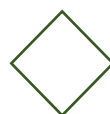
Tidak mudah atau tidak sulit



Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



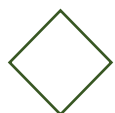
Sangat-sangat sulit

### Soal 6

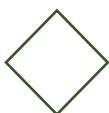
Diketahui fungsi  $f(x) = 6x^3 - 5x + 3$  dan  $g(x) = x^3 - 12x^2 + 18x$ . Jika  $s(x) = f'(x) + g'(x)$ , maka tentukan  $s'(x)$ .

*Jawab:*

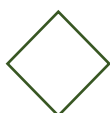
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



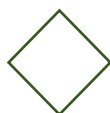
Sangat-sangat mudah



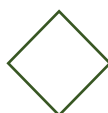
Sangat mudah



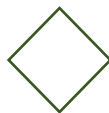
Mudah



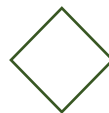
Agak mudah



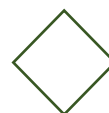
Tidak mudah atau tidak sulit



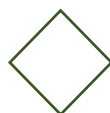
Agak sulit



Sulit



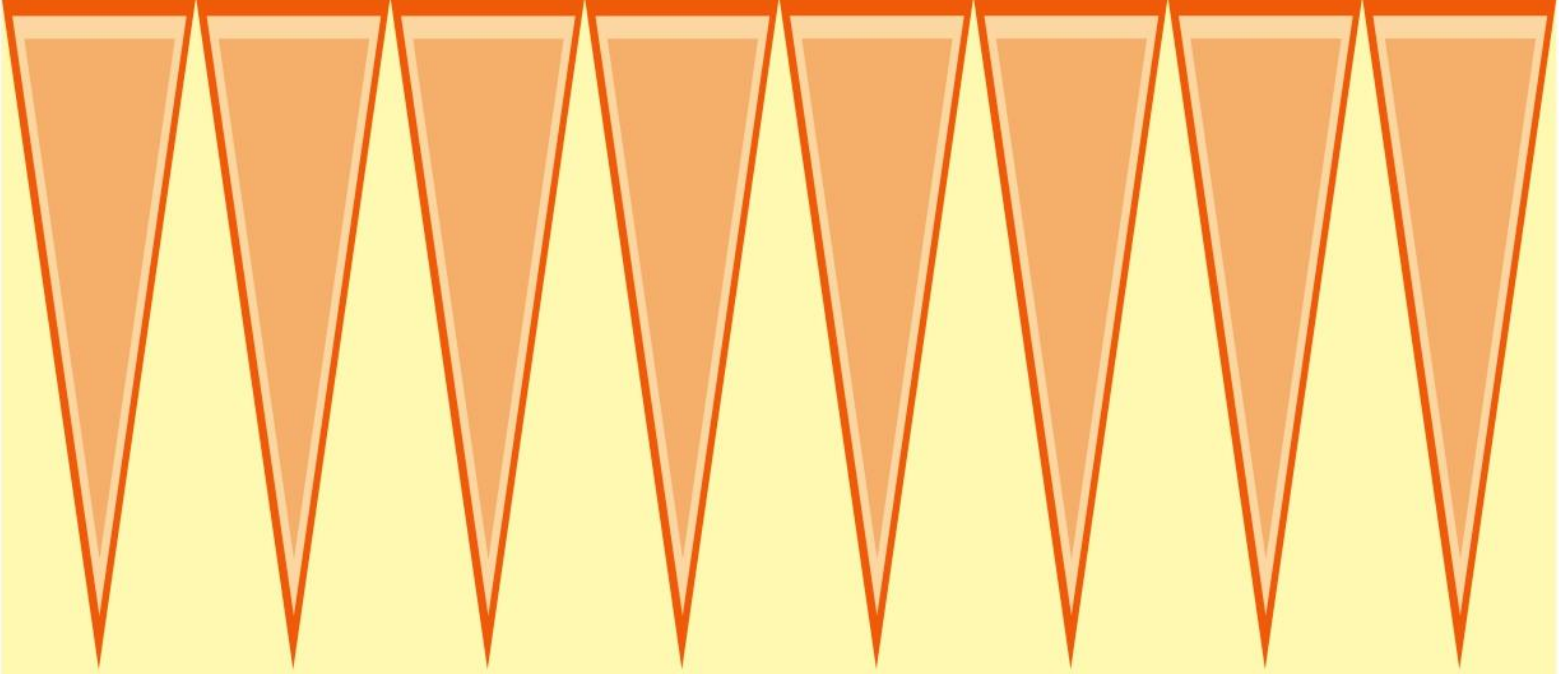
Sangat sulit



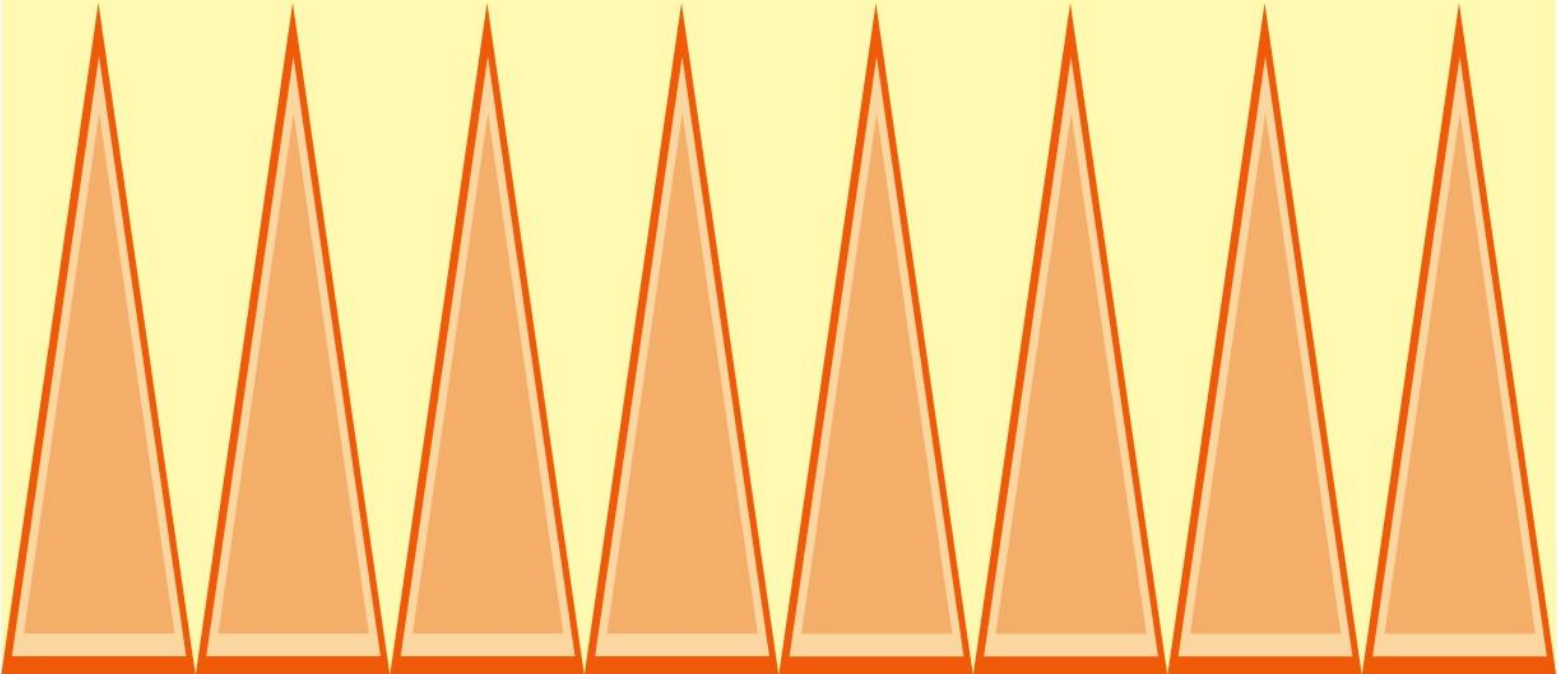
Sangat-sangat sulit

*Note:* Kerjakan latihan-latihan soal pada LKPD ini, kemudian kirimkan hasil pekerjaan kalian melalui edmodo





**RPP**  
**STRATEGI *WORKED EXAMPLE***  
**DENGAN *VOICE NOTE***



## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN 1

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Matahari
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/ Semester	: XI/ Genap
Alokasi Waktu	: 2 × 45 menit

---

### A. Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### B. Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi	3.8.1 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi</i>
	3.8.2 Memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan
	3.8.3 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi
	3.8.4 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai
	3.8.5 Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya
	3.8.6 Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar

4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar	4.8.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar
--	--

**Keterangan:** dalam RPP ini yang dipelajari yang diberi tanda *bold*

### C. Tujuan Pembelajaran

1. ***Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru***
2. Peserta didik mampu memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
3. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
4. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai
5. Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
6. Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
7. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar

### D. Materi Pembelajaran

#### 1. Materi Pembelajaran Reguler

Turunan fungsi aljabar

#### 2. Materi Pembelajaran Remedial

Penguatan dan pembahasan soal atau materi turunan fungsi aljabar (turunan berdasarkan cara definisi) dari guru

#### 3. Materi Pembelajaran Pengayaan

Soal-soal latihan berdasarkan materi turunan fungsi aljabar (turunan berdasarkan cara definisi) yang telah disampaikan guru

### E. Metode Pembelajaran

Ceramah strategi *worked example* dengan *voice note group whatsapp*

### F. Sumber Belajar

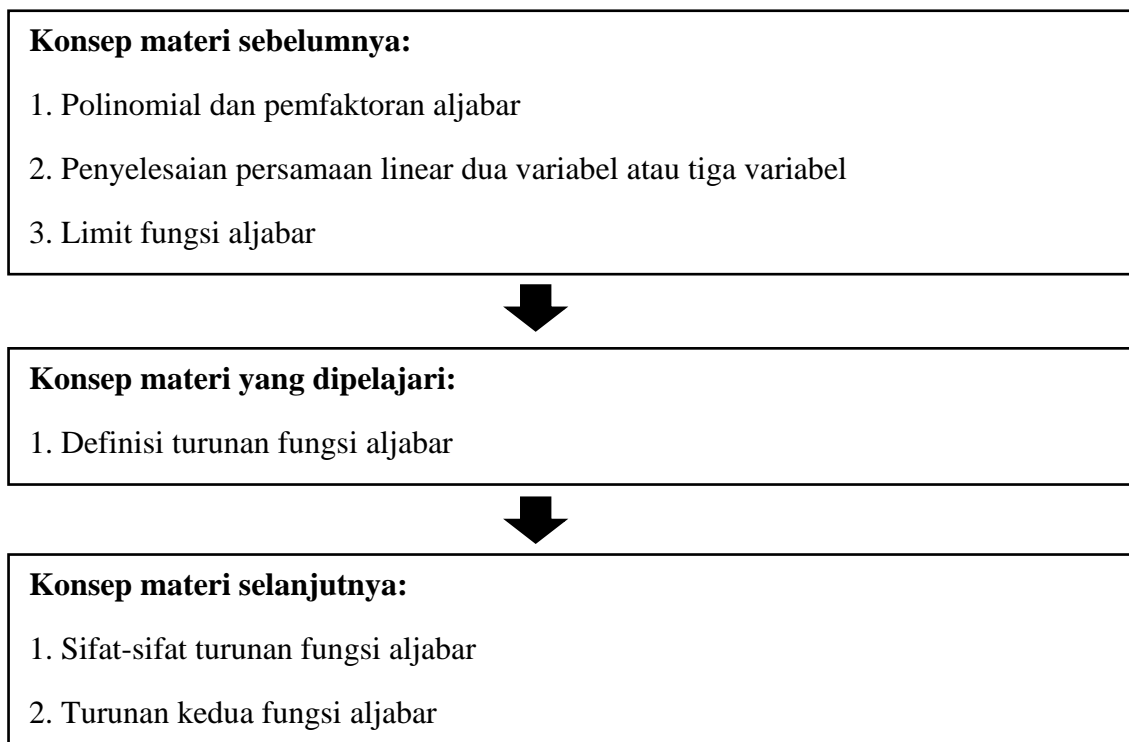
1. Miyanto, Anna Yuni Astuti, dan Muklis. (2020). *Matematika Untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Bantul: PT Penerbit Intan Pariwara (33-56).
2. Suprijanto, H. Sigit, dkk. (2009). *Matematika SMA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Yudhistira (197-227).



## G. Media Pembelajaran

1. Materi presentasi/ *handout*
2. Video penjelasan materi
3. LKPD#1 (Lembar Kerja Peserta Didik)
4. Sarana penunjang pembelajaran *online* (laptop, *handphone*, *ballpoint*, HVS atau kertas folio bergaris, dll)
5. Aplikasi Geogebra

## H. Skema Pembelajaran



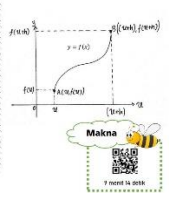
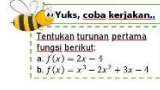
## I. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

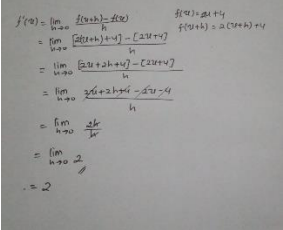
(Isi pada kolom kegiatan berikut diberi tanda *bold* karena digunakan untuk *script voice note* yang diucapkan guru di *group whatsapp*)


Kegiatan Pendahuluan		
Kegiatan	Gambar	Waktu
<b>Assalamu'alaikum warahmatullah.... Sebelumnya saya ucapkan terimakasih kepada Pak Jumadi dan anak-anak yang sudah memberikan izin untuk melakukan praktik mengajar kembali disini untuk 3 pertemuan.  Anak-anak, sebelum kita memulai kegiatan pembelajaran hari ini mari kita berdoa menurut agama dan kepercayaan masing-masing.</b>		2 menit


<p>Hallo anak-anak, bagaimana kabarnya hari ini? Perkenalkan saya Wahyuni Eka Maryati yang akan menemani kalian untuk belajar. Berhubung ibu saat ini sedang skripsi ingin meminta bantuan anak-anak semua untuk berpartisipasi dalam kegiatan pembelajaran ini.</p> <p>Alhamdulillah kita berjumpa lagi via <i>online</i> untuk belajar bersama mengenai turunan fungsi aljabar. Silakan klik <i>link</i> berikut untuk presensi. <a href="https://forms.gle/C2Qcxnxu8s7gUdkYA">https://forms.gle/C2Qcxnxu8s7gUdkYA</a></p>	<p>Presensi #1</p> <p>Berikut adalah presensi kegiatan pembelajaran online yang dilakukan dengan menggunakan aplikasi group WhatsApp pada materi sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan aturan dalil rantai.</p> <p>* Required</p> <p>Nama *</p> <p>Your answer</p> <p>Nomor telepon *</p> <p>Your answer</p> <p>Nomor Absen *</p> <p>Your answer</p>	<p>10 menit</p>
<p>Yuk siapkan dulu alat tulisnya, laptop, <i>computer</i>, dan <i>handphone</i>-nya.</p>		<p>3 menit</p>
<p>Sebelumnya kalian sudah belajar ya tentang limit? Jadi turunan ini adalah kelanjutan dari materi limit. Ibu ada 2 soal pre test sederhana, tolong untuk dikerjakan ya agar ibu tahu bagaimana kemampuan yang telah kalian kuasai mengenai limit. Berikut filenya.</p> <p>Ibu berikan waktu 20 menit untuk pre test dan perhatikan petunjuk pengerjaan dengan seksama ya.</p>	<p>Soal Pre Test Matematika (Limit Fungsi Aljabar)</p> <p>Petunjuk:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Berdoalah sebelum mengerjakan soal pre test</li> <li>Tuliskan nama, kelas, dan nomor absen dalam lembar jawab</li> <li>Tuliskan kalimat berikut dalam lembar jawab kalian "Saya mengerjakan ujian ini dengan jujur dan berdasarkan kemampuan saya sendiri, serta tidak menerima bantuan dari pihak lain"</li> <li>Terdiri dari 2 soal uraian.</li> <li>Kerjakan semua soal secara mandiri dengan waktu yang tersedia adalah 20 menit.</li> <li>Semangat belajar dan percayalah pada kemampuan kalian sendiri bahwa kalian bisa untuk mengerjakan.</li> <li>Kirimkan hasil pekerjaan ke email berikut <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a></li> </ol> <p><b>pdf</b> (dapat dilihat pada halaman 192)</p>	<p>20 menit</p>
<p>Bagaimana anak-anak apakah sudah selesai? Jangan lupa ya untuk mengirimkan jawaban pre test kalian ke email ini <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a></p>		<p>2 menit</p>
<p>Oke, sembari menunggu teman-teman kalian yang belum selesai. Coba kalian ceritakan pengalaman kalian mengenai materi limit dan bagaimana pendapat kalian mengenai materi turunan ini? Kira-kira kita akan belajar apa saja ya di materi turunan fungsi aljabar nanti?</p>		<p>3 menit</p>
<p>Jadi, hari ini kita akan belajar mengenai turunan pertama fungsi aljabar berdasarkan definisi dan sifat-sifatnya. Ini ibu kirimkan 2 file yaitu LKPD#1 [Lembar kerja peserta didik] dan handout pelajaran. Bisa kalian download dan mulai dibaca handout dan LKPD-nya.</p>	<p>Lembar Kerja Peserta Didik #1 (Worked Example dengan Voice Note Group WhatsApp)</p> <p>Turunan Fungsi Aljabar</p> <p>Definisi Turunan</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Nila <math>y</math> merupakan perubahan nilai <math>f(x)</math> terhadap <math>x</math> (<math>\Delta y = f(x_2) - f(x_1)</math>)</li> <li>Nilai <math>\Delta x</math> merupakan perubahan <math>x</math> (<math>\Delta x = x_2 - x_1</math>)</li> <li>Turunan fungsi <math>f(x)</math> adalah <math>f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}</math></li> </ol>	<p>5 menit</p>
<p>Kenapa ya kita harus belajar turunan fungsi aljabar ini? Dengan menggunakan ilmu matematika tentang turunan fungsi aljabar kita</p>	<p><b>pdf</b> (LKPD#1 dapat dilihat pada halaman 130 dan handout dapat dilihat pada halaman 177)</p>	

<p>bisa menemukan gradien garis singgung di sebuah titik pada suatu kurva yang diketahui, menentukan kecepatan sesaat sebuah partikel yang bergerak sepanjang garis lurus dengan laju yang berubah, seorang pembalap ingin mengetahui kecepatannya pada suatu waktu tertentu, berapa tinggi maksimum dari bola yang dilempar, dan masih banyak lagi.</p> <p>Dengan kata lain, kita dapat menemukan banyak contoh penerapan turunan ini dalam pelajaran fisika dan kimia. Sehingga, matematika menjadi ilmu dasar untuk perkembangan fisika dan kimia di bidang kalkulus.</p>		
<b>Kegiatan Inti</b>		
<b>Kegiatan</b>	<b>Gambar</b>	<b>Waktu</b>
<p>Anak-anak, silakan buka LKPD#1 halaman 1, silakan identitasnya diisi. Silakan menggunakan kertas HVS atau folio yang kalian punya untuk menjawab dan melengkapi bagian-bagian LKPD#1 yang rumpang. Pada halaman 1, ibu punya sebuah soal tentang limit berikut.</p>	<p><b>Ingatkah kalian dengan limit?</b></p> <p>Misalkan, kita akan mencari nilai dari <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}</math></p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots}{\dots} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots}{\dots} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots}{\dots} = \dots$ <p>Jadi, nilai <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}</math> adalah ....</p>	8 menit
<p>Ibu kasih waktu 1 menit, coba dikerjakan dulu. Nah.. silakan 1 orang siapa yang mau menjawab nih? Hasil pekerjaannya boleh di foto nanti kita bahas bersama.</p>		
<p>Oke, berikut ini pembahasan dari ibu. Silakan dicermati dan tanyakan langsung jika ada yang belum jelas.</p>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x(x-1)}{(x+7)(x-1)} \text{ (faktorkan pembilang dan penyebutnya)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{(x+7)} \text{ (bagi pembilang dan penyebut yang memiliki faktor sama yaitu } x-1)$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1)}{(1+7)} \text{ (substitusikan } x = 1 \text{ ke dalam sisa faktor yang kita punya)}$ $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3}{8} \text{ (selesaikan perhitungan)}$ $= \frac{3}{8}$ <p>Jadi, nilai <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}</math> adalah <math>\frac{3}{8}</math></p>	
<p>Penerapan turunan dalam kehidupan kita ada banyak sekali, coba kalian tuliskan tiga contoh saja berdasarkan yang telah ibu sampaikan di awal tadi.</p>	<p><b>Penerapan turunan dalam kehidupan sehari-hari</b></p> <p>Contoh:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>.....</li> </ol>	2 menit
<p>Jika diperhatikan, dalam LKPD#1 ini terdapat tampilan seperti ini.</p> <p>Nahh,,, kalian diminta untuk mengisi skala kesulitan soal tersebut dengan mencentang atau</p>	<p>Skala kesulitan soal:</p>	

<p>menuliskan pilihan kalian di lembar penugasan kalian.</p>		
<p>Sehingga, turunan dapat didefinisikan sebagai berikut.</p> <p>Nahh.. konsep awal turunan yang perlu kalian perhatikan adalah yang ibu lingkari ini. Karena hal tersebut akan menjadi dasar kita belajar turunan serta sifat-sifatnya. Misalkan kita punya fungsi <math>f(x)</math>, maka turunan fungsi tersebut adalah <math>f'(x)</math> dibaca dengan <math>f</math> aksen <math>x</math>.</p>	<p><b>Definisi turunan</b></p> <p>Jika fungsi <math>f(x)</math> <i>diferensiabel</i> (mempunyai turunan) untuk setiap nilai <math>x</math> dalam domain <math>D</math> dengan <math>D \in \mathbb{R}</math>, maka turunan fungsi <math>f(x)</math> ditulis <math>f'(x)</math> dengan rumus,</p> $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	<p>10 menit</p>
<p>Lalu, mengapa bisa definisi turunan dirumuskan dengan dengan limit? Coba kalian simak melalui <i>link</i> video berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=b_L1Ky74DqI">https://www.youtube.com/watch?v=b_L1Ky74DqI</a> atau bisa juga dengan <i>scan QR code</i> pada LKPD halaman 2 “bagian makna”.</p>	<p>Catatan:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>(1) <math>f'(x)</math> disebut sebagai fungsi turunan dari <math>f(x)</math>.</li> <li>(2) Proses menentukan <math>f'(x)</math> dari <math>f(x)</math> disebut penurunan (<i>diferensial</i>).</li> <li>(3) Notasi lain untuk turunan dari fungsi <math>y = f(x)</math> adalah <math>y'</math> atau <math>\frac{dy}{dx}</math> atau <math>\frac{dy}{dx}</math>.</li> <li>(4) Bentuk <math>\frac{dy}{dx}</math> atau <math>\frac{dy}{dx}</math> disebut notasi <i>Leibniz</i> untuk turunan</li> </ol> 	
<p>Setelah itu, bagaimana dengan contoh soalnya? Coba perhatikan contoh soal berikut serta solusinya. Dengan menggunakan definisi turunan, hal pertama yang harus dituliskan adalah kita perlu menentukan <math>f(x)</math> dan <math>f(x+h)</math> yang ibu lingkari. Untuk <math>f(x+h)</math> kita cukup menggantikan <math>x</math> dengan <math>x+h</math>.</p> <p>Kemudian langkah-langkahnya yaitu (1) selesaikan perhitungan dengan menjabarkan bentuk kuadrat yang ada, (2) keluarkan setiap suku dari tanda kurung siku, (3) selesaikan perhitungan suku-suku sejenisnya, (4) keluarkan <math>h</math> pada pembilang agar bisa dibagi dengan penyebutnya, (5) ingatlah bahwa limit <math>h=0</math> dalam bentuk aljabar terakhir yang kita peroleh, (6) sehingga diperoleh hasil akhir dari turunan fungsi aljabar.</p>	<p><b>Contoh</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 3x^2 + 3</math> menggunakan definisi</p> <p><b>Jawab:</b> Diketahui <math>f(x) = 3x^2 + 3</math> maka <math>f(x+h) = 3(x+h)^2 + 3</math></p> $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x+h)^2 + 3 - (3x^2 + 3)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3(x^2 + 2xh + h^2) + 3 - 3x^2 - 3}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 + 3 - 3x^2 - 3}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h(6x + 3h)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} (6x + 3h)$ <p>ingat bahwa <math>h \rightarrow 0</math></p> $= 6x$ <p>Jadi, turunan pertama fungsi <math>f(x) = 3x^2 + 3</math> adalah <math>f'(x) = 6x</math>.</p> 	<p>10 menit</p>

<p>Silakan kalian cermati dan tanyakan langsung jika masih ada yang belum kalian pahami.</p> <p>Sebagai latihan, silakan kerjakan contoh soal yang ada gambar lebahnya. Ibu beri waktu 5 menit ya. Untuk bagian sebagai tugas ya. Nah.. silakan 1 orang siapa yang mau menjawab nih? Hasil pekerjaannya boleh di foto nanti kita bahas bersama.</p>		
---	--	--

<p>Selain menggunakan cara definisi untuk menentukan turunan, kita juga dapat menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar. Cara ini digunakan berdasarkan pengelompokan bentuk fungsi aljabar yang ada.</p> <p>Nahh... sekarang coba kita perhatikan pada bagian B yaitu sifat-sifat turunan fungsi aljabar. Untuk sifat yang pertama yaitu turunan fungsi pangkat. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <i>link</i> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=MYOwSTpMHy0">https://www.youtube.com/watch?v=MYOwSTpMHy0</a> atau <i>scan QR code</i>.</p>	<p>1. Turunan fungsi pangkat</p> <p>Misalkan <math>f(x) = ax^n</math>, fungsi tersebut disebut sebagai fungsi pangkat. Turunan fungsi pangkat adalah</p> $f'(x) = anx^{n-1}$ 	5 menit
---	--	---------

<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan nilai <math>a</math>, <math>n</math>, dan <math>n - 1</math>. Kita tahu ya bahwa berdasarkan bentuk fungsinya, nilai <math>a</math> kita adalah 24, nilai <math>n</math> adalah 6, dan nilai <math>n - 1</math> adalah 5. Kemudian, substitusikan pada rumus turunan fungsi pangkat yang kita punya dan selesaikan perhitungannya. Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>	<p>Contoh:</p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 24x^6</math>.</p> <p>Jawab:</p> <p>Menggunakan sifat <math>f'(x) = anx^{n-1}</math></p> <table border="1" data-bbox="842 1339 957 1400"> <tr><td><math>a = 24</math></td></tr> <tr><td><math>n = 6</math></td></tr> <tr><td><math>n - 1 = 6 - 1 = 5</math></td></tr> </table> $f'(x) = anx^{n-1}$ $= 24 \cdot 6x^5$ $= 144x^5$ <p>Jadi, <math>f'(x) = 144x^5</math></p>  <p>Yuks, coba kerjakan..</p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f(x) = 7x^{-4}</math></li> <li><math>f(x) = 6x^{-\frac{1}{2}}</math></li> </ol>	$a = 24$	$n = 6$	$n - 1 = 6 - 1 = 5$	
$a = 24$					
$n = 6$					
$n - 1 = 6 - 1 = 5$					

Kegiatan Penutup		
Kegiatan	Gambar	Waktu
Sehingga, apa yang dapat kalian simpulkan pada pertemuan hari ini?		10 menit

<p>Ya, kita sudah belajar untuk mengingat kembali limit fungsi aljabar, cara mencari turunan fungsi aljabar dengan definisi, dan cara untuk menentukan turunan fungsi pangkat. Nahh... Berhubung waktu sudah akan habis, sebagai tugas kalian lengkapi LKPD#1.</p> <p>Nanti tolong kerjakan:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. bagian yg masih rumpang dan bagian</li> <li>2. [yuks coba kerjakan] yg ada gambar lebahnya ya.</li> </ol>		
<p>Semua pekerjaan kalian akan dikumpulkan pada pertemuan ketiga ya, nanti dikirimkan melalui Edmodo yang sudah ibu sediakan. Nanti waktunya akan ibu atur ulang yang ada di Edmodo itu.</p>		
<p>Kemudian, untuk pertemuan pekan depan silakan persiapkan diri dengan mempelajari bagian sifat-sifat turunan fungsi aljabar selanjutnya ya.</p> <p>Sekian yang dapat ibu sampaikan, apabila terdapat kesalahan yang tidak berkenan dalam menyampaikan pelajaran pada hari ini ibu mohon maaf. Tetap jaga kesehatan dan salam sukses.</p> <p>Wassalamu'alaikum warahmatullah ...</p>		

## J. Penilaian

### 1. Penilaian Sikap Spiritual dan Sosial

- a. Teknik penilaian : observasi dari kehadiran dan penugasan
- b. Bentuk instrumen : pedoman penilaian sikap (halaman 101) dan lembar observasi penilaian sikap (halaman 102)
- c. Kisi-kisi

No.	Sikap	Indikator
1	Menghadiri kegiatan pembelajaran <i>online</i>	Mengisi daftar kehadiran pembelajaran <i>online</i> melalui <i>link</i> yang telah disediakan
2	Disiplin dalam mengumpulkan tugas	Mengirimkan tugas ke forum penugasan <i>edmodo</i> dan email sesuai dengan ketentuan berdasarkan waktu yang telah disediakan
3	Tanggung jawab dalam mengerjakan tugas	Mengerjakan tugas yang diberikan oleh guru

## 2. Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

- Teknik penilaian: *pre-test* (halaman 192), *post-test* (halaman 195)
- Bentuk instrumen: uraian dan pedoman penskoran
- Kisi-kisi

Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	Indikator Soal	Level Kognitif	Nomor Butir
<b>Pre-test</b>			
3.7.1 Menuliskan sifat-sifat umum operasi perhitungan limit fungsi aljabar polinom	3.7.1.1 Menuliskan empat sifat umum operasi perhitungan limit fungsi aljabar polinom yaitu sifat penjumlahan limit, sifat pengurangan limit, sifat perkalian limit, dan sifat pembagian limit.	<i>Remember</i>	1
3.7.2 Menentukan nilai limit fungsi aljabar polinom menggunakan sifat operasi perhitungan limit yang sesuai	3.7.2.1 Menentukan nilai limit fungsi jika diketahui dua masalah mengenai sifat operasi perhitungan limit yang terdiri dari (a) sifat pembagian fungsi polinom dan (b) sifat penjumlahan fungsi polinom.	<i>Apply</i>	2
<b>Post-test</b>			
3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi	3.8.1.1 Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan cara definisi jika diketahui dua fungsi aljabar berbeda.	<i>Apply</i>	1
	3.8.1.2 Menentukan turunan pertama sebuah fungsi aljabar di $x = 5$ menggunakan cara definisi.		2

## Pedoman Penilaian Sikap

Berikut pedoman untuk melakukan penilaian sikap kegiatan pembelajaran *online* untuk KD 3.8 dan KD 4.8 mengenai definisi turunan fungsi aljabar, sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan turunan kedua fungsi aljabar untuk dua pertemuan:

### 1. Kehadiran

Skor 1, apabila peserta didik hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

Skor 0, apabila peserta didik tidak hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

### 2. Disiplin

Skor 2, apabila peserta didik mengumpulkan tugas tepat waktu

Skor 1, apabila peserta didik terlambat mengumpulkan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengumpulkan tugas

### 3. Tanggung jawab

Skor 1, apabila peserta didik mengerjakan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengerjakan tugas

### 4. Nilai

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh peserta didik}}{\text{Total skor maksimum}} \times 100$$

### 5. Predikat

Konversi Nilai	Predikat	Keterangan
81 – 100	A	Sangat Baik
66 – 80	B	Baik
51 – 65	C	Cukup
0 – 50	D	Kurang



## Lembar Observasi Penilaian Sikap

Kelas/Semester : ..... / Genap  
Tahun Pelajaran : 2020/2021  
Periode Pengamatan : .....  
Butir Nilai : Kehadiran, disiplin mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas

---

### Petunjuk

Berdasarkan pengamatan selama periode ini, diberikan penilaian mengenai sikap/perilaku peserta didik selama dalam kegiatan pembelajaran *online*, terkait dengan kehadiran, disiplin dalam mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas yang diberikan guru.

No.	Nama Peserta Didik	Kehadiran	Disiplin	Tanggung Jawab	Nilai	Predikat
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
dst						
<b>Rata-rata kelas</b>						

Yogyakarta, .....

Mahasiswa Praktikan,

Wahyuni Eka Maryati  
NIM 17301241027

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN 2

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Matahari
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/ Semester	: XI/ Genap
Alokasi Waktu	: 2 × 45 menit

---

### A. Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### B. Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi	3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi
	3.8.2 <i>Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan</i>
	3.8.3 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi</i>
	3.8.4 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai</i>
	3.8.5 <i>Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya</i>
	3.8.6 <i>Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar</i>

4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar	<b>4.8.1</b> <i>Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar</i>
--	--

**Keterangan:** dalam RPP ini yang dipelajari yang diberi tanda *bold*

### C. Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru
2. ***Peserta didik mampu memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar***
3. ***Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar***
4. ***Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai***
5. ***Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar***
6. ***Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar***
7. ***Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar***

### D. Materi Pembelajaran

#### 1. Materi Pembelajaran Reguler

Turunan fungsi aljabar

#### 2. Materi Pembelajaran Remedial

Penguatan dan pembahasan soal atau materi turunan fungsi aljabar (sifat-sifat turunan fungsi aljabar, turunan kedua fungsi aljabar dengan cara definisi, turunan kedua fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan pembahasan soal pengembangan) dari guru

#### 3. Materi Pembelajaran Pengayaan

Soal-soal latihan berdasarkan materi turunan fungsi aljabar (sifat-sifat turunan fungsi aljabar, turunan kedua fungsi aljabar dengan cara definisi, turunan kedua fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan pembahasan soal pengembangan) yang telah disampaikan guru

### E. Metode Pembelajaran

Ceramah strategi *worked example* dengan *voice note group whatsapp*

## F. Sumber Belajar

1. Miyanto, Anna Yuni Astuti, dan Muklis. (2020). *Matematika Untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Bantul: PT Penerbit Intan Pariwara (33-56).
2. Suprijanto, H. Sigit, dkk. (2009). *Matematika SMA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Yudhistira (197-227).

## G. Media Pembelajaran

1. Materi presentasi/ *handout*
2. Video penjelasan materi
3. LKPD#2 (Lembar Kerja Peserta Didik)
4. Sarana penunjang pembelajaran *online* (laptop, *handphone*, *ballpoint*, HVS atau kertas folio bergaris, dll)
5. Aplikasi Geogebra

## H. Skema Pembelajaran

### Konsep materi sebelumnya:

1. Polinomial dan pemfaktoran aljabar
2. Penyelesaian persamaan linear dua variabel atau tiga variabel
3. Limit fungsi aljabar
4. Definisi turunan fungsi aljabar



### Konsep materi yang dipelajari:

1. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar
2. Turunan kedua fungsi aljabar

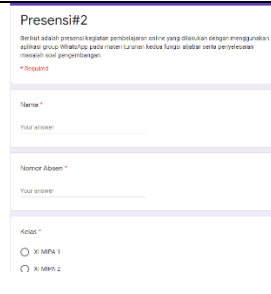







### Konsep materi selanjutnya:



1. Keterkaitan turunan pertama fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva

## I. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran


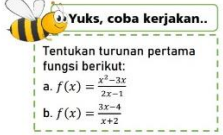
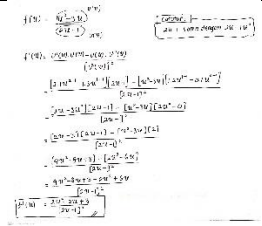
(Isi pada kolom kegiatan berikut diberi tanda *bold* karena digunakan untuk *script voice note* yang diucapkan guru di *group whatsApp*)

Kegiatan Pendahuluan		
Kegiatan	Gambar	Waktu
<p><b>Assalamu'alaikum warahmatullah....</b>  <b>Anak-anak, sebelum kita memulai kegiatan pembelajaran hari ini mari kita berdoa menurut agama dan kepercayaan masing-masing.</b></p>		5 menit
<p><b>Hallo anak-anak, bagaimana kabarnya hari ini? Semoga kita semua selalu diberikan kesehatan ya. Amiin... Nah... sekarang kita siapkan dulu ya alat tulis, laptop, <i>computer</i>, dan handphone-nya. Silakan klik <i>link</i> berikut untuk presensi.</b>  <a href="https://forms.gle/p1QAw3SbrC8Cw6fQA">https://forms.gle/p1QAw3SbrC8Cw6fQA</a></p>		
<p><b>Sembari menunggu teman-teman kalian presensi, kita ingat kembali yuk. Kemarin kita sudah membahas tentang sifat turunan yang pertama yaitu turunan fungsi pangkat.</b></p>	<p>Misalkan punya fungsi berikut,</p> $f(x) = \frac{1}{2}x^3$ <p>Turunannya adalah <math>f'(x) = \frac{3}{2}x^2</math></p>	
<p><b>Nah.. turunan fungsi pangkat ini merupakan sifat dasar yang akan sering kita gunakan untuk mempelajari materi hari ini yaitu tentang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang lain.</b></p>		
Kegiatan Inti		
Kegiatan	Gambar	Waktu
<p><b>Anak-anak, silakan buka LKPD#2 halaman 3 mengenai turunan jumlah fungsi (sifat kedua). Karena jumlah maka pasti tanda hubungnya adalah tanda tambah/ +. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <i>link</i> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=KLVZhJdLip8">https://www.youtube.com/watch?v=KLVZhJdLip8</a> atau <i>scan QR code</i>.</b></p>	<p><b>2. Turunan jumlah fungsi</b></p> <p>Misalkan <math>f(x) = u(x) + v(x)</math>, dengan <math>f(x)</math> adalah jumlah dari dua fungsi yaitu <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math>, dengan syarat <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ada, maka turunan jumlah fungsi tersebut adalah <math>f'(x) = u'(x) + v'(x)</math>.</p> 	5 menit
<p><b>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</b></p> <p><b>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran biru, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk</b></p>	<p><b>Contoh:</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 6x^3 + 12x^2</math></p> <p><b>Jawab:</b></p> <p>Menggunakan sifat <math>f'(x) = u'(x) + v'(x)</math></p> <p>Misalkan <math>u(x) = 6x^3</math>    <math>v(x) = 12x^2</math>  <math>u'(x) = 18x^2</math>    <math>v'(x) = 24x</math></p> <p>Sehingga, <math>f'(x) = u'(x) + v'(x)</math>  <math>= 18x^2 + 24x</math></p> <p>Jadi, <math>f'(x) = 18x^2 + 24x</math></p>  <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:</p> <p>a. <math>f(x) = 4x^2 + \frac{1}{2}x</math>  b. <math>f(x) = \frac{2}{3}x^{-3} + x^2</math></p>	

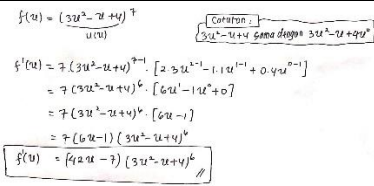

<p>menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan jumlah fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>		
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>		3 menit
<p>Oke,,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja. Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = 4u^2 + \frac{1}{2}u$ $f'(u) = u' \cdot u + v' \cdot v$ $f'(u) = 2 \cdot 4u^{2-1} + 1 \cdot \frac{1}{2}u^{-1}$ $f'(u) = 8u^1 + \frac{1}{2}u^0$ $f'(u) = 8u + \frac{1}{2}$	
<p>Kemudian, sifat yang ketiga adalah turunan selisih fungsi. Aturannya sama seperti penjumlahan tetapi karena selisih, maka pasti tanda hubung adalah tanda minus/ -. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <i>link</i> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=eDRliH8Wvz4">https://www.youtube.com/watch?v=eDRliH8Wvz4</a> atau scan <i>QR code</i>.</p>	<p><b>3. Turunan selisih fungsi</b></p> <p>Misalkan <math>f(x) = u(x) - v(x)</math>, dengan <math>f(x)</math> adalah selisih dari dua fungsi yaitu <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math>, dengan syarat <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ada, maka turunan selisih fungsi tersebut adalah <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math>.</p>  <p>Bukti  4 menit 8 detik</p>	5 menit
<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran hijau, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan selisih fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>	<p><b>Contoh:</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = 3x^4 - 5x^3</math></p> <p><i>Jawab:</i></p> <p>Menggunakan sifat <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math></p> <p>Misalkan <math>u(x) = 3x^4</math> <math>v(x) = 5x^3</math>  <math>u'(x) = 12x^3</math> <math>v'(x) = 15x^2</math></p> <p>Sehingga, <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math>  <math>= 12x^3 - 15x^2</math></p> <p>Jadi, <math>f'(x) = 12x^3 - 15x^2</math></p>  <p><b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:</p> <p>a. <math>f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 2x</math>  b. <math>f(x) = x^{-3} - 4x^2</math></p>	
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>		3 menit

<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = \frac{4}{5}u^2 - 2u$ $f'(u) = u'(2u) - v'(2u)$ $f'(u) = 2 \cdot \frac{4}{5}u^{2-1} - 1 \cdot 2u^{1-1}$ $f'(u) = \frac{8}{5}u^1 - 2u^0$ $f'(u) = \frac{8}{5}u - 2$	
<p>Kemudian, sifat yang keempat adalah turunan hasil kali fungsi. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <a href="https://www.youtube.com/watch?v=IKadYpTgHg">link</a> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=IKadYpTgHg">https://www.youtube.com/watch?v=IKadYpTgHg</a> atau scan QR code.</p>	<p>4. Turunan hasil kali fungsi</p> <p>Misalkan <math>f(x) = u(x) \cdot v(x)</math> dengan syarat <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ada, maka turunan hasil kali fungsi adalah</p> $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x).$  <p>Bukti</p> <p>5 menit 19 detik</p>	<p>5 menit</p>
<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran oren, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan hasil kali fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>	<p>Contoh:</p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi</p> $f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)$ <p>Jawab:</p> <p>Menggunakan sifat <math>f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)</math></p> <p>Misalkan <math>u(x) = 7x</math> <math>v(x) = 2x^2 + 6x + 5</math>  <math>u'(x) = 7</math> <math>v'(x) = 4x + 6</math></p> <p>Sehingga, <math>f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)</math>  <math>= 7 \cdot (2x^2 + 6x + 5) + [7x] \cdot [4x + 6]</math>  <math>= [14x^2 + 42x + 35] + [28x^2 + 42x]</math>  <math>= 42x^2 + 84x + 35</math></p> <p>Jadi, <math>f'(x) = 42x^2 + 84x + 35</math></p>  <p>Yuks, coba kerjakan..</p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi berikut:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>f(x) = (3x^2 + 4)(4x - 2)</math></li> <li><math>f(x) = (x^2 - 3x + 1)12x^3</math></li> </ol>	
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>		<p>3 menit</p>
<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = (3u^2 + 4)(4u - 2)$ $f'(u) = u'(3u^2 + 4) + u(4u - 2)$ $= (6u)(3u^2 + 4) + (3u^2 + 4)(4u - 2)$ $= [18u^3 + 24u] + [12u^3 - 6u^2 + 16u^2 - 8u]$ $= [18u^3 + 12u^3 - 6u^2 + 16u^2 - 8u + 24u]$ $= [30u^3 - 2u^2 + 16u]$	



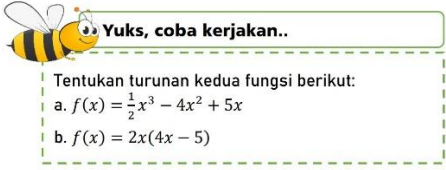
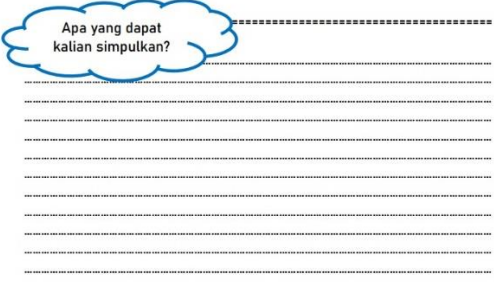
<p>Kemudian, sifat yang kelima adalah turunan hasil bagi fungsi. Dirumuskan sebagai berikut, Untuk pembuktiannya mengapa bisa seperti itu, silakan kunjungi <i>link</i> berikut <a href="https://www.youtube.com/watch?v=vg-FnPhirbo">https://www.youtube.com/watch?v=vg-FnPhirbo</a> atau <i>scan QR code</i>.</p>	<p><b>5. Turunan hasil bagi fungsi</b></p> <p>Misalkan <math>f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}</math> dengan <math>v(x) \neq 0</math>, <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math> ada, maka turunan hasil bagi fungsi adalah</p> $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$ 	<p>5 menit</p>
<p>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> dan <math>v(x)</math> yang ibu beri lingkaran oren, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>u'(x)</math> dan <math>v'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus turunan hasil bagi fungsi yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</p>	<p><b>Contoh:</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 6}{2x - 3}</math></p> <p><i>Jawab:</i></p> <p>Menggunakan sifat <math>f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}</math></p> <p>Misalkan <math>u(x) = 3x^2 - 5x + 6</math> <math>v(x) = 2x - 3</math>  <math>u'(x) = 6x - 5</math> <math>v'(x) = 2</math></p> <p>Sehingga, <math>f'(x) = \frac{u'(x)v(x) - u(x)v'(x)}{[v(x)]^2}</math></p> $= \frac{(6x-5)(2x-3) - (3x^2-5x+6)(2)}{(2x-3)^2}$ $= \frac{12x^2 - 28x + 15 - 6x^2 - 10x + 12}{(2x-3)^2}$ $= \frac{6x^2 - 18x + 3}{(2x-3)^2}$ <p>Jadi, <math>f'(x) = \frac{6x^2 - 18x + 3}{(2x-3)^2}</math></p> 	<p>3 menit</p>
<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>		<p>3 menit</p>
<p>Oke,,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>		
<p>Kemudian, sifat yang keenam adalah aturan dalil rantai. Dirumuskan sebagai berikut.</p>	<p><b>6. Aturan dalil rantai</b></p> <p>Misalkan <math>y = (f \circ u)(x) = f(u(x))</math> dengan <math>f</math> dan <math>u</math> adalah fungsi-fungsi yang mempunyai turunan maka</p> $y' = f'(u(x)) \cdot u'(x) \text{ atau } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$	<p>5 menit</p>

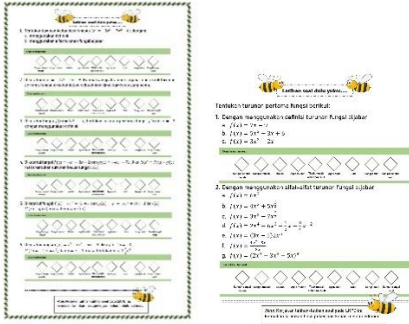


<p><b>Yuks kita coba perhatikan contoh soal berikut.</b></p> <p><b>Cara untuk mengerjakannya kita perlu menentukan <math>u(x)</math> yang ibu beri lingkaran biru dan <math>f(u)</math>, kemudian menggunakan aturan turunan pangkat tadi untuk menentukan <math>f'(u)</math> dan <math>u'(x)</math>. Setelah itu, kita substitusikan pada rumus aturan dalil rantai yang kita punya dan selesaikan perhitungannya.</b></p>	<p><b>Contoh:</b></p> <p>Tentukan turunan pertama fungsi <math>f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6</math> dengan menggunakan aturan dalil rantai.</p> <p><b>Jawab:</b></p> <p>Diketahui <math>f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6</math>  Misalkan <math>u(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9</math>, sehingga <math>f(u) = [u(x)]^6</math></p> <p><math>f(u) = [u(x)]^6</math>      <math>u(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9</math>  <math>f'(u) = \frac{df}{du} = 6[u(x)]^5</math>      <math>u'(x) = \frac{du}{dx} = 12x^3 + 15x^2 - 4x + 7</math></p> <p><math>\frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}</math>  <math>= 6[u(x)]^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7)</math>, substitusikan <math>u(x)</math> ke bentuk semula  <math>= 6(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7)</math>  <math>= 6(12x^3 + 15x^2 - 4x + 7)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5</math>  <math>= (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5</math></p> <p>Jadi, <math>f'(x) = (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5</math></p> <p><b>Yuks, coba kerjakan.</b>  Tentukan turunan pertama fungsi berikut:  a. <math>f(x) = (3x^2 - x + 4)^7</math>  b. <math>f(x) = (12x^3)^{-3}</math></p>	
<p><b>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</b></p>		3 menit
<p><b>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 1 menit saja. Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</b></p>		
<p><b>Berikut ini pembahasannya.</b></p>		
<p><b>Kemudian, pada latihan soal silakan kerjakan dirumah sebagai tugas ya.</b></p>		1 menit
<p><b>Berikut ini adalah LKPD#2 mengenai turunan kedua fungsi aljabar dan pembahasan soal pengembangan.</b></p>	<p><b>Lembar Kerja Peserta Didik #2</b>  (Worked Example dengan Voice Note Group WhatsApp)</p> <p>Nama : _____  No. Absen/Kelas : _____</p> <p>=====</p> <p><b>A. Tujuan Pembelajaran:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Peserta didik mampu memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar.</li> <li>2. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar.</li> <li>3. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai.</li> <li>4. Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar.</li> <li>5. Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menemukan turunan fungsi aljabar.</li> <li>6. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar.</li> </ol>	5 menit
<p><b>Silakan untuk di download dan dibuka pada halaman 1.</b></p> <p><b>Sama seperti LKPD#1 yang sudah kita pelajari bersama, pada LKPD#2 ini kalian juga diminta untuk mengisi bagian yang masing rumpang dan soal-soal latihan yang ada gambar lebahnya, okee.</b></p> <p><b>Silakan boleh mengerjakan di buku tulis/HVS/folio yang kalian punya.</b></p>	<p><b>pdf</b> (dapat dilihat pada halaman 138)</p>	

<p>Sembari menunggu teman-teman kalian presensi, kita ingat kembali yuk mengenai turunan aljabar menggunakan definisi (cara 1) dan menggunakan sifat-sifat turunan (cara 2), silakan kalian kerjakan dulu soal berikut selama 2 menit.</p>	<p><b>Ingkahkan kalian dengan turunan pertama fungsi aljabar?</b>          Misalkan, kita akan mencari turunan pertama dari <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math></p> <p><b>Cara I</b>          Dengan menggunakan definisi          Diketahui <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math>, maka <math>f(x+h) = (x+h)^2 - 9(x+h) + 1</math>  <math>f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - 9(x+h) + 1 - (x^2 - 9x + 1)}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 9x - 9h + 1 - x^2 + 9x - 1}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 9h}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 9)</math>, ingat bahwa <math>h = 0</math>  <math>= 2x - 9</math>          Jadi, turunan pertama fungsi <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math> adalah <math>f'(x) = 2x - 9</math></p> <p><b>Cara II</b>          Dengan menggunakan sifat <math>f'(x) = na^x n^{x-1}</math>  <math>f'(x) = 2x - 9</math>          Jadi, <math>f'(x) = 2x - 9</math></p>	
<p>Silakan 2 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	<p><b>Ingkahkan kalian dengan turunan pertama fungsi aljabar?</b>          Misalkan, kita akan mencari turunan pertama dari <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math></p> <p><b>Cara I</b>          Dengan menggunakan definisi          Diketahui <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math>, maka <math>f(x+h) = (x+h)^2 - 9(x+h) + 1</math>  <math>f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - 9(x+h) + 1 - (x^2 - 9x + 1)}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 9x - 9h + 1 - x^2 + 9x - 1}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 9h}{h}</math>  <math>= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h - 9)</math>, ingat bahwa <math>h = 0</math>  <math>= 2x - 9</math>          Jadi, turunan pertama fungsi <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math> adalah <math>f'(x) = 2x - 9</math></p> <p><b>Cara II</b>          Turunan dari <math>f(x) = x^2 - 9x + 1</math>          Dengan menggunakan sifat <math>f'(x) = na^x n^{x-1}</math>  <math>f'(x) = 2 \cdot 1x^{2-1} - 1 \cdot 9x^{1-1} + 0 \cdot 1x^{0-1}</math>  <math>f'(x) = 2x - 9 + 0</math>  <math>f'(x) = 2x - 9</math>          Jadi, <math>f'(x) = 2x - 9</math></p>	
<p>Jika diperhatikan, dalam LKPD#2 ini terdapat tampilan seperti ini.</p> <p>Nahh,,, kalian diminta untuk mengisi skala kesulitan soal tersebut dengan mencentang atau menuliskan pilihan kalian di lembar penugasan kalian.</p>	<p><b>Skala kesulitan soal:</b></p> <p> <input type="checkbox"/> Sangat sangat mudah           <input type="checkbox"/> Sangat mudah           <input type="checkbox"/> Mudah           <input type="checkbox"/> Agak mudah           <input type="checkbox"/> Tidak mudah atau tidak sulit           <input type="checkbox"/> Agak sulit           <input type="checkbox"/> Sulit           <input type="checkbox"/> Sangat sulit           <input type="checkbox"/> Sangat sangat sulit     </p>	<p>1 menit</p>
<p>Kita sudah belajar bersama mengenai turunan ya, nahh.. turunan yang sudah kita pelajari itu namanya adalah turunan pertama. Sekarang, kita akan belajar turunan kedua.</p>		
<p>Manfaat kita mempelajari turunan kedua turunan fungsi aljabar yaitu menentukan titik belok, menentukan kecekungan suatu grafik, dan membuat sketsa grafik turunan kedua fungsi.</p> <p>Semua itu akan kalian pelajari setelah memahami bagaimana cara menentukan turunan pertama dan turunan kedua suatu fungsi aljabar.</p>	<p><b>Manfaat turunan kedua fungsi aljabar</b></p> <p>Contoh:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>.....</li> <li>.....</li> <li>.....</li> </ol>	<p>1 menit</p>
<p>Berikut ini pengertian dari turunan kedua suatu fungsi aljabar.</p>	<p><b>Pengertian turunan kedua</b></p> <p>Jika <math>f'(x)</math> diturunkan lagi terhadap <math>x</math> akan diperoleh turunan kedua dari fungsi <math>f(x)</math> terhadap <math>x</math>. Turunan kedua fungsi <math>f(x)</math> dituliskan menjadi <math>f''(x)</math> atau <math>\frac{d^2f}{dx^2}</math>. Akibatnya,</p> $f''(x) = \frac{df'(x)}{dx} = \frac{d^2f}{dx^2}$	<p>2 menit</p>

<p>Secara garis besar turunan kedua diperoleh dari turunan pertama yang kemudian kita turunkan sekali lagi.</p>								
<p>Coba, sekarang kalian perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Disini yang diminta adalah menggunakan cara definisi untuk menentukan turunan kedua. Langkah pertama kita harus menentukan <math>f(x)</math>, <math>f(x+h)</math>, <math>f'(x)</math>, dan <math>f'(x+h)</math>. Kemudian, kita substitusikan ke dalam rumus utama definisi turunan.</p> <p>Perhatikan yang ibu berikan kotak merah, rumusnya berbeda sedikit dari definisi turunan yang pernah kita pelajari kemarin ya. Nahh... yang kita gunakan adalah <math>f'(x)</math> dan <math>f'(x+h)</math>. Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p style="text-align: right;"> <b>Contoh</b></p> <p><b>Turunan kedua dengan menggunakan definisi</b></p> <p>Tentukan turunan kedua dari fungsi <math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math> menggunakan definisi.</p> <p><i>Jawab:</i></p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>f(x+h) = 4(x+h)^3 - 5(x+h)^2</math></td> <td rowspan="2" style="border: 1px solid black; padding: 2px; font-size: small;">Ingat selalu ya. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>f'(x) = 12x^2 - 10x</math></td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>f'(x+h) = 12(x+h)^2 - 10(x+h)</math></td> </tr> </table> <math display="block">f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}</math> <math display="block">= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[12(x+h)^2 - 10(x+h)] - [12x^2 - 10x]}{h}</math> <math display="block">= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{12x^2 + 24xh + 12h^2 - 10x - 10h - 12x^2 + 10x}{h}</math> <math display="block">= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{24xh + 12h^2 - 10h}{h}</math> <math display="block">= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{24x + 12h - 10}{1}</math> <math display="block">= \lim_{h \rightarrow 0} 24x + 12h - 10, \text{ ingat bahwa } h = 0</math> <math display="block">= 24x - 10</math> <p>Jadi, <math>f''(x) = 24x - 10</math></p> </div>	$f(x) = 4x^3 - 5x^2$	$f(x+h) = 4(x+h)^3 - 5(x+h)^2$	Ingat selalu ya. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar	$f'(x) = 12x^2 - 10x$	$f'(x+h) = 12(x+h)^2 - 10(x+h)$	<p>3 menit</p>	
$f(x) = 4x^3 - 5x^2$	$f(x+h) = 4(x+h)^3 - 5(x+h)^2$	Ingat selalu ya. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar						
$f'(x) = 12x^2 - 10x$	$f'(x+h) = 12(x+h)^2 - 10(x+h)$							
<p>Oke,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 2 menit saja. Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>	<div style="border: 1px dashed black; padding: 10px;"> <p> <b>Yuks, coba kerjakan..</b></p> <p>Tentukan turunan kedua fungsi berikut:</p> <p>a. <math>f(x) = x^3 + 5x^2</math></p> <p>b. <math>f(x) = 7x^2 - 3x + 9</math></p> </div>							
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = u^3 + 5u^2$ $f'(u) = 3u^2 + 10u$ $f'(u+h) = 3(u+h)^2 + 10(u+h)$ $f''(u) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(u+h) - f'(u)}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(u+h)^2 + 10(u+h)] - [3u^2 + 10u]}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3u^2 + 6uh + 3h^2 + 10u + 10h - 3u^2 - 10u}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6uh + 3h^2 + 10h}{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0} (6u + 3h + 10)$ <p>ingat <math>h = 0</math></p> $= 6u + 10$							
<p>Jadi, dapat dibedakan ya untuk rumus definisi turunan pertama dengan rumus definisi turunan kedua.</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="text-align: center;">Menentukan turunan dengan menggunakan definisi</th> </tr> <tr> <th style="text-align: center;">Turunan pertama</th> <th style="text-align: center;">Turunan kedua</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;"><math>f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}</math></td> <td style="text-align: center;"><math>f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}</math></td> </tr> </tbody> </table>	Menentukan turunan dengan menggunakan definisi		Turunan pertama	Turunan kedua	$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$	<p>1 menit</p>
Menentukan turunan dengan menggunakan definisi								
Turunan pertama	Turunan kedua							
$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$	$f''(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$							
<p>Kemudian, sekarang kalian perhatikan contoh soal berikut.</p> <p>Disini yang diminta adalah menggunakan cara sifat-sifat turunan untuk menentukan turunan kedua.</p>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p><b>2. Turunan kedua dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar</b></p> <p>Tentukan turunan kedua dari fungsi <math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math> menggunakan sifat turunan fungsi aljabar.</p> <p><i>Jawab:</i></p> <p><math>f(x) = 4x^3 - 5x^2</math>, menggunakan sifat <math>f'(x) = u'(x) - v'(x)</math></p> <p><math>f'(x) = 12x^2 - 10x</math> (turunan pertama)</p> <p><math>f''(x) = 24x - 10</math> (turunan kedua)</p> <p>Jadi, <math>f''(x) = 24x - 10</math></p> <div style="font-size: small; margin-top: 5px;"> <p>1. Menentukan rumus umum sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah</p> <p>2. Menentukan turunan pertama fungsi aljabar berdasarkan sifat turunan fungsi</p> <p>3. Menentukan turunan kedua fungsi aljabar berdasarkan sifat turunan fungsi</p> <p>4. Menuliskan simpulan</p> </div> </div>	<p>4 menit</p>						

<p>Nahh.. sampai sini ada yang mau ditanyakan tidak? Jika ada yang belum jelas silakan bertanya.</p>		
<p>Oke,,, sebagai latihan coba kalian kerjakan soal yang ada gambar lebahnya bagian (a) ya, 2 menit saja.</p> <p>Silakan 1 orang perwakilan untuk menunjukkan berapa hasil yang diperoleh? Boleh di foto.</p>		<p>2 menit</p>
<p>Berikut ini pembahasannya.</p>	$f(u) = \frac{1}{2}u^3 - 4u^2 + 5u$ $f'(u) = \frac{3}{2}u^2 - 8u + 5$ $f''(u) = \frac{6}{2}u - 8$ $= 3u - 8$ <p>Jadi, <math>f''(u) = 3u - 8</math></p>	
<p>Kemudian, bagian B pada LPKD#2 terdapat 5 jenis contoh soal pengembangan terkait turunan pertama dan turunan kedua fungsi aljabar.</p>		
<p>Ibu berikan waktu 15 menit untuk kalian memahami pembahasan soal yang ibu berikan tersebut. Kalian bisa langsung latihan untuk mengerjakan soal di kotak bergambar lebah. Jika ada yang masih ada yang belum kalian pahami, silakan tanyakan langsung ya.</p>		<p>15 menit</p>
<p><b>Kegiatan Penutup</b></p>		
<p><b>Kegiatan</b></p>	<p><b>Gambar</b></p>	<p><b>Waktu</b></p>
<p>Oke, kita sudah mempelajari mengenai turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dan sifat-sifat turunan, nahh... sekarang apa yang dapat kalian simpulkan tentang pelajaran hari ini? Coba silakan 1 orang perwakilan untuk menyampaikan pendapatnya.</p>		<p>5 menit</p>
<p>Oke kita sudah belajar ya tentang cara menentukan turunan fungsi aljabar dengan cara definisi dan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari turunan fungsi pangkat, jumlah fungsi, selisih fungsi, hasil kali fungsi, hasil bagi fungsi, dan aturan dalil rantai. Nahh... untuk memperdalam</p>		<p>3 menit</p>

<p>pemahaman yang sudah kalian kuasai, silakan kerjakan latihan soal berikut sebagai penugasan untuk kalian di rumah.</p>		
<p>Jangan lupa minggu depan hasil pekerjaan kalian mulai dari halaman pertama LKPD#1 dan LKPD#2 sampai halaman akhir latihan soal tolong dikumpulkan melalui edmodo pada pertemuan besok, karena akan ibu koreksi hasil pekerjaan kalian.</p>		
<p>Kemudian, untuk pertemuan pekan depan silakan persiapkan diri untuk ujian post test turunan ya (10 soal).</p> <p>Sekian yang dapat ibu sampaikan, apabila terdapat kesalahan yang tidak berkenan dalam menyampaikan pelajaran pada hari ini ibu mohon maaf. Tetap jaga kesehatan dan salam sukses.</p> <p>Wassalamu'alaikum warahmatullah ...</p>		2 menit

## J. Penilaian

### 1. Penilaian Sikap Spiritual dan Sosial

- Teknik penilaian : observasi dari kehadiran dan penugasan
- Bentuk instrumen : pedoman penilaian sikap (halaman 117) dan lembar observasi penilaian sikap (halaman 118)
- Kisi-kisi

No.	Sikap	Indikator
1	Menghadiri kegiatan pembelajaran <i>online</i>	Mengisi daftar kehadiran pembelajaran <i>online</i> melalui <i>link</i> yang telah disediakan
2	Disiplin dalam mengumpulkan tugas	Mengirimkan tugas ke forum penugasan <i>edmodo</i> dan email sesuai dengan ketentuan berdasarkan waktu yang telah disediakan
3	Tanggung jawab dalam mengerjakan tugas	Mengerjakan tugas yang diberikan oleh guru

## 2. Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

- Teknik penilaian: *post-test* (halaman 195)
- Bentuk instrumen: uraian dan pedoman penskoran
- Kisi-kisi

Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	Indikator Soal	Level Kognitif	Nomor Butir
<i>Post-test</i>			
3.8.2 Memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan	3.8.2.1 Memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai untuk mencari turunan pertama fungsi yang disajikan dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.	<i>Remember</i>	3
	3.8.2.2 Memasang contoh fungsi aljabar yang sesuai berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.		4
3.8.3 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi	3.8.3.1 Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi jika diketahui dua fungsi aljabar yang berbeda.	<i>Apply</i>	5
3.8.4 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai	3.8.4.1 Menentukan turunan pertama suatu fungsi aljabar dengan menggunakan aturan dalil rantai.	<i>Apply</i>	6
3.8.5 Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya	3.8.5.1 Membuat grafik suatu fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi aljabar tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.	<i>Create</i>	7

3.8.6 Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar	3.8.6.1 Membuat sebuah contoh soal fungsi aljabar serta solusi untuk mencari turunan pertama fungsi tersebut berdasarkan salah satu sifat dalam turunan fungsi aljabar yang sudah dipahami. [Catatan: contoh soal yang dibuat merupakan asli dari pemikiran peserta didik sendiri]	<i>Create</i>	8
4.8.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar	4.8.1.1 Menentukan nilai $a + 3b^2$ jika diketahui suatu fungsi aljabar yang memuat variabel $a$ dan $b$ , nilai turunan $f'(4)$ , serta $f'(7)$ . [Petunjuk: boleh menggunakan kalkulator jika diperlukan]	<i>Evaluate</i>	9
	4.8.1.2 Menentukan $p''(x)$ jika diketahui fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ , serta $p(x)$ yang didefinisikan sebagai $p(x) = f'(x) - g'(x)$ .	<i>Analyze</i>	10



## Pedoman Penilaian Sikap

Berikut pedoman untuk melakukan penilaian sikap kegiatan pembelajaran *online* untuk KD 3.8 dan KD 4.8 mengenai definisi turunan fungsi aljabar, sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan turunan kedua fungsi aljabar untuk dua pertemuan:

### 1. Kehadiran

Skor 1, apabila peserta didik hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

Skor 0, apabila peserta didik tidak hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

### 2. Disiplin

Skor 2, apabila peserta didik mengumpulkan tugas tepat waktu

Skor 1, apabila peserta didik terlambat mengumpulkan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengumpulkan tugas

### 3. Tanggung jawab

Skor 1, apabila peserta didik mengerjakan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengerjakan tugas

### 4. Nilai

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh peserta didik}}{\text{Total skor maksimum}} \times 100$$

### 5. Predikat

Konversi Nilai	Predikat	Keterangan
81 – 100	A	Sangat Baik
66 – 80	B	Baik
51 – 65	C	Cukup
0 – 50	D	Kurang



## Lembar Observasi Penilaian Sikap

Kelas/Semester : ..... / Genap  
Tahun Pelajaran : 2020/2021  
Periode Pengamatan : .....  
Butir Nilai : Kehadiran, disiplin mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas

---

### Petunjuk

Berdasarkan pengamatan selama periode ini, diberikan penilaian mengenai sikap/perilaku peserta didik selama dalam kegiatan pembelajaran *online*, terkait dengan kehadiran, disiplin dalam mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas yang diberikan guru.

No.	Nama Peserta Didik	Kehadiran	Disiplin	Tanggung Jawab	Nilai	Predikat
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
dst						
<b>Rata-rata kelas</b>						

Yogyakarta, .....

Mahasiswa Praktikan,

Wahyuni Eka Maryati  
NIM 17301241027

## RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN 3

Satuan Pendidikan	: SMA Negeri 1 Matahari
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/ Semester	: XI/ Genap
Alokasi Waktu	: 2 × 45 menit

---

### A. Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### B. Kompetensi Dasar (KD) dan Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi	3.8.1 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi</i>
	3.8.2 <i>Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan</i>
	3.8.3 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi</i>
	3.8.4 <i>Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai</i>
	3.8.5 <i>Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya</i>
	3.8.6 <i>Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar</i>

4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar	<b>4.8.1 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar</b>
--	---

**Keterangan:** dalam RPP ini yang dipelajari yang diberi tanda *bold*

### C. Tujuan Pembelajaran

1. *Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru*
2. *Peserta didik mampu memasang sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar*
3. *Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar*
4. *Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai*
5. *Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar*
6. *Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar*
7. *Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar*

### D. Materi Pembelajaran

#### 1. Materi Pembelajaran Reguler

Turunan fungsi aljabar

#### 2. Materi Pembelajaran Remedial

Penguatan dan pembahasan soal atau materi turunan fungsi aljabar dari guru

#### 3. Materi Pembelajaran Pengayaan

Soal-soal latihan berdasarkan materi turunan fungsi aljabar yang telah disampaikan guru

### E. Metode Pembelajaran

Ceramah strategi *worked example* dengan *voice note group whatsapp*

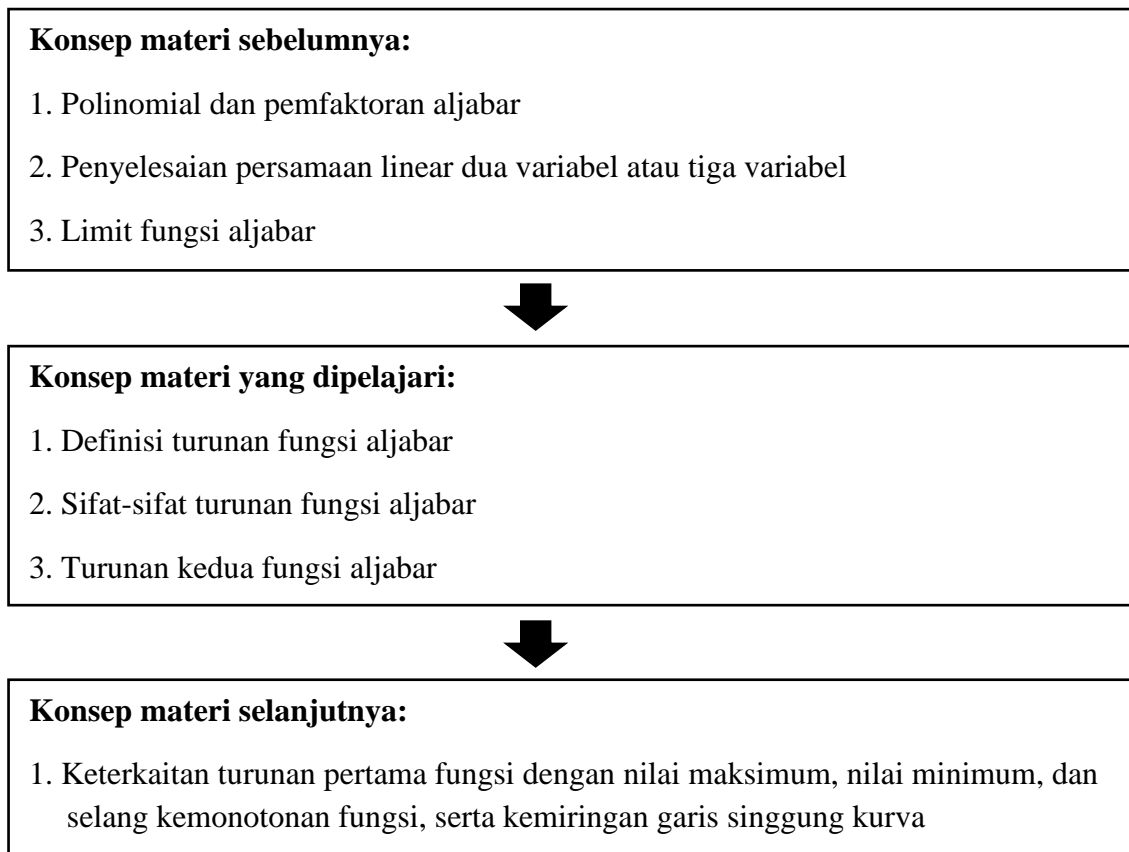
### F. Sumber Belajar

1. Miyanto, Anna Yuni Astuti, dan Muklis. (2020). *Matematika Untuk SMA/MA Kelas XI Semester 2*. Bantul: PT Penerbit Intan Pariwara (33-56).
2. Suprijanto, H. Sigit, dkk. (2009). *Matematika SMA Kelas XI Program IPA*. Jakarta: Yudhistira (197-227).

## G. Media Pembelajaran

1. Soal *post test* turunan fungsi aljabar
2. Sarana penunjang pembelajaran *online* (laptop, *handphone*, *ballpoint*, HVS atau kertas folio bergaris, dll)
3. Aplikasi Geogebra

## H. Skema Pembelajaran



## I. Langkah-langkah Kegiatan Pembelajaran

(Isi pada kolom kegiatan berikut diberi tanda *bold* karena digunakan untuk *script voice note* yang diucapkan guru di *group whatsapp*)

Kegiatan Pendahuluan	Waktu
<b>Assalamu'alaikum warahmatullah....</b> <b>Anak-anak, sebelum kita memulai ujian post test tentang turunan fungsi aljabar pada hari ini, mari kita berdoa menurut agama dan kepercayaan masing-masing. Berdoa dipersilakan.</b>	90 menit
<b>Hallo anak-anak, bagaimana kabarnya hari ini? Semoga kita semua selalu diberikan kesehatan ya, amiiin.. Silakan siapkan dulu alat tulisnya, laptop, computer, dan handphoneya.</b>	

<b>Kegiatan Inti</b>
Berikut ini file ujiannya, silakan perhatikan petunjuk pengerjaan soalnya ya. Sebagai presensi pada hari ini silakan isi <i>google form</i> berikut. <a href="https://forms.gle/Z2qQmMB8KyR3rHwZ8">https://forms.gle/Z2qQmMB8KyR3rHwZ8</a>
<b>Kegiatan Penutup</b>
Berhubung waktu sudah habis, ibu ingatkan sekali lagi ya beberapa hal berikut: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Bagi yang belum <i>upload</i> tugas pre test limit, silakan <i>upload</i> di email berikut: <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a> [paling lambat besok pagi pukul 10.00 WIB]</li> <li>2. Bagi yang belum <i>upload</i> tugas LKPD#1 dan LKPD#2 silakan segera <i>upload</i> di Edmodo [paling lambat besok pagi pukul 10.00 WIB]</li> <li>3. Bagi yang belum selesai ujian post test silakan segera <i>upload</i> di email berikut: <a href="mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com">wahyuni.eka.m9@gmail.com</a> [paling lambat besok pagi pukul 10.00 WIB]</li> </ol> <p>Sebagai penutup, saya ucapkan terima kasih banyak atas izin yang telah diberikan untuk melakukan praktik metode pembelajaran skripsi serta ucapan terima kasih atas kerjasama dan keaktifan kalian dalam kegiatan pembelajaran online ini. Mungkin ibu akan masih chat beberapa orang yang belum mengumpulkan penugasan-penugasan.</p> <p>Karena kegiatan kita online, seminggu setelah ujian, sebagai kenang-kenangan untuk kelas ibu akan memberikan kuota masing-masing sebesar Rp 25.000,00 untuk 3 orang siswa yang mendapatkan nilai tertinggi di post test turunan fungsi aljabar.</p> <p>Semoga apa yang sudah kita pelajari selama 3 pertemuan ini mengenai turunan fungsi aljabar dapat bermanfaat untuk kita dan lingkungan sekitar kita. Amiin.. Sekian yang dapat ibu sampaikan, apabila terdapat kesalahan yang tidak berkenan selama menyampaikan pelajaran, ibu mohon maaf. Tetap jaga kesehatan dan salam sukses. Wassalamu'alaikum warahmatullah...</p>

## J. Penilaian

### 1. Penilaian Sikap Spiritual dan Sosial

- a. Teknik penilaian : observasi dari kehadiran
- b. Bentuk instrumen : pedoman penilaian sikap (halaman 125) dan lembar observasi penilaian sikap (halaman 126)
- c. Kisi-kisi

No.	Sikap	Indikator
1	Menghadiri ujian <i>online</i>	Mengisi daftar kehadiran ujian <i>online</i>
2	Disiplin dalam mengumpulkan hasil ujian	Mengirimkan hasil ujian ke forum penugasan email sesuai dengan ketentuan dan berdasarkan waktu yang telah disediakan
3	Tanggung jawab dalam mengerjakan soal ujian	Mengerjakan soal ujian yang diberikan oleh guru

## 2. Penilaian Pengetahuan dan Keterampilan

- Teknik penilaian: *post-test* (halaman 195)
- Bentuk instrumen: uraian dan pedoman penskoran
- Kisi-kisi

Indikator Pencapaian Kompetensi (IPK)	Indikator Soal	Level Kognitif	Nomor Butir
<i>Post-test</i>			
3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi	3.8.1.1 Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan cara definisi jika diketahui dua fungsi aljabar berbeda.	<i>Apply</i>	1
	3.8.1.2 Menentukan turunan pertama sebuah fungsi aljabar di $x = 5$ menggunakan cara definisi.		2
3.8.2 Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan	3.8.2.1 Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai untuk mencari turunan pertama fungsi yang disajikan dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.	<i>Remember</i>	3
	3.8.2.2 Memasangkan contoh fungsi aljabar yang sesuai berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan menjodohkan anggota dalam tabel contoh fungsi aljabar dan tabel sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang terdiri dari lima baris.		4
3.8.3 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi	3.8.3.1 Menentukan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi jika diketahui dua fungsi aljabar yang berbeda.	<i>Apply</i>	5

3.8.4	Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai	3.8.4.1	Menentukan turunan pertama suatu fungsi aljabar dengan menggunakan aturan dalil rantai.	<i>Apply</i>	6
3.8.5	Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya	3.8.5.1	Membuat grafik suatu fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi aljabar tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.	<i>Create</i>	7
3.8.6	Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar	3.8.6.1	Membuat sebuah contoh soal fungsi aljabar serta solusi untuk mencari turunan pertama fungsi tersebut berdasarkan salah satu sifat dalam turunan fungsi aljabar yang sudah dipahami. [ <i>Catatan: contoh soal yang dibuat merupakan asli dari pemikiran peserta didik sendiri</i> ]	<i>Create</i>	8
4.8.1	Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar	4.8.1.1	Menentukan nilai $a + 3b^2$ jika diketahui suatu fungsi aljabar yang memuat variabel $a$ dan $b$ , nilai turunan $f'(4)$ , serta $f'(7)$ . [ <i>Petunjuk: boleh menggunakan kalkulator jika diperlukan</i> ]	<i>Evaluate</i>	9
		4.8.1.2	Menentukan $p''(x)$ jika diketahui fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ , serta $p(x)$ yang didefinisikan sebagai $p(x) = f'(x) - g'(x)$ .	<i>Analyze</i>	10

## Pedoman Penilaian Sikap

Berikut pedoman untuk melakukan penilaian sikap kegiatan pembelajaran *online* untuk KD 3.8 dan KD 4.8 mengenai definisi turunan fungsi aljabar, sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan turunan kedua fungsi aljabar untuk dua pertemuan:

### 1. Kehadiran

Skor 1, apabila peserta didik hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

Skor 0, apabila peserta didik tidak hadir dalam kegiatan pembelajaran *online*

### 2. Disiplin

Skor 2, apabila peserta didik mengumpulkan tugas tepat waktu

Skor 1, apabila peserta didik terlambat mengumpulkan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengumpulkan tugas

### 3. Tanggung jawab

Skor 1, apabila peserta didik mengerjakan tugas

Skor 0, apabila peserta didik tidak mengerjakan tugas

### 4. Nilai

$$\frac{\text{Skor yang diperoleh peserta didik}}{\text{Total skor maksimum}} \times 100$$

### 5. Predikat

Konversi Nilai	Predikat	Keterangan
81 – 100	A	Sangat Baik
66 – 80	B	Baik
51 – 65	C	Cukup
0 – 50	D	Kurang



## Lembar Observasi Penilaian Sikap

Kelas/Semester : ..... / Genap  
Tahun Pelajaran : 2020/2021  
Periode Pengamatan : .....  
Butir Nilai : Kehadiran, disiplin mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas

---

### Petunjuk

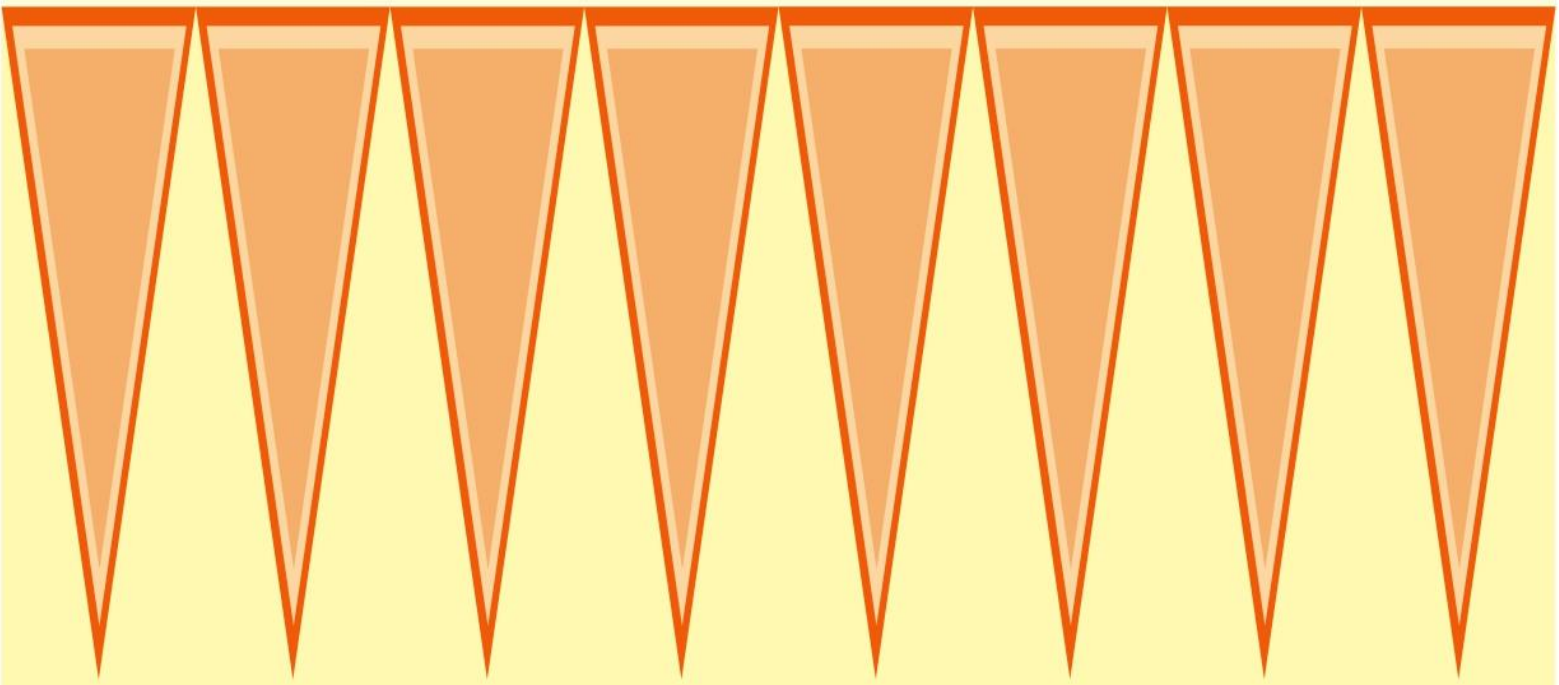
Berdasarkan pengamatan selama periode ini, diberikan penilaian mengenai sikap/perilaku peserta didik selama dalam kegiatan pembelajaran *online*, terkait dengan kehadiran, disiplin dalam mengumpulkan tugas, dan tanggung jawab dalam mengerjakan tugas yang diberikan guru.

No.	Nama Peserta Didik	Kehadiran	Disiplin	Tanggung Jawab	Nilai	Predikat
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
dst						
<b>Rata-rata kelas</b>						

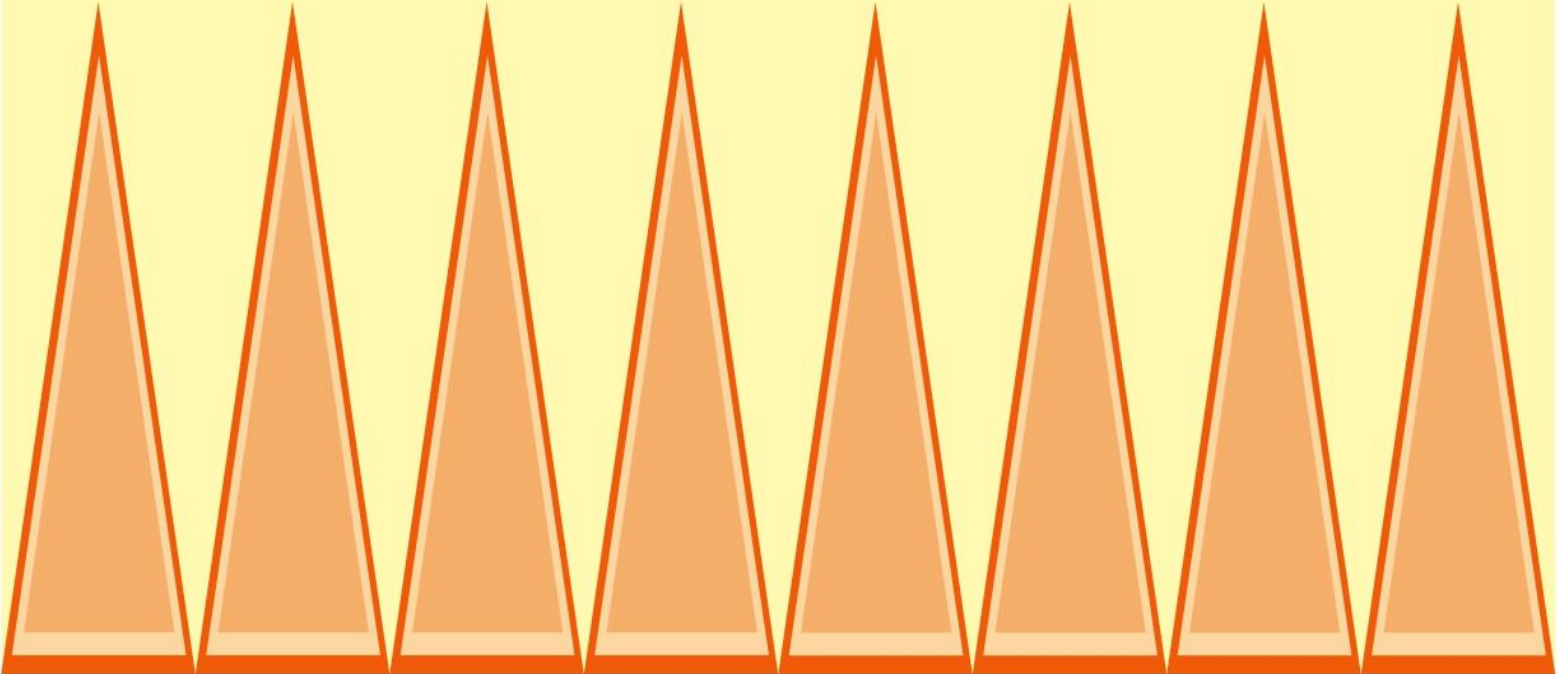
Yogyakarta, .....

Mahasiswa Praktikan,

Wahyuni Eka Maryati  
NIM 17301241027



**LKPD**  
**STRATEGI *WORKED EXAMPLE***  
**DENGAN *VOICE NOTE***



## MATERI TURUNAN FUNGSI ALJABAR

### Kompetensi Inti

1. Menghayati dan mengamalkan ajaran agama yang dianutnya.
2. Menunjukkan perilaku jujur, disiplin, tanggung jawab, peduli (gotong royong, kerjasama, toleran, damai), santun, responsif, dan pro-aktif sebagai bagian dari solusi atas berbagai permasalahan dalam berinteraksi secara efektif dengan lingkungan sosial dan alam serta menempatkan diri sebagai cerminan bangsa dalam pergaulan dunia.
3. Memahami, menerapkan, dan menganalisis pengetahuan faktual, konseptual, prosedural, dan metakognitif berdasarkan rasa ingin tahunya tentang ilmu pengetahuan, teknologi, seni, budaya, dan humaniora dengan wawasan kemanusiaan, kebangsaan, kenegaraan, dan peradaban terkait penyebab fenomena dan kejadian, serta menerapkan pengetahuan prosedural pada bidang kajian yang spesifik sesuai dengan bakat dan minatnya untuk memecahkan masalah.
4. Mengolah, menalar, dan menyaji dalam ranah konkret dan ranah abstrak terkait dengan pengembangan dari yang dipelajarinya di sekolah secara mandiri, bertindak secara efektif dan kreatif, serta mampu menggunakan metoda sesuai kaidah keilmuan.

### Kompetensi Dasar

- 3.8 Menjelaskan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi atau sifat-sifat turunan fungsi
- 4.8 Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar

## KONSEP MATERI YANG AKAN DIPELAJARI

### Konsep yang relevan sebelumnya

1. Polinomial dan pemfaktoran aljabar
2. Limit fungsi aljabar
3. Penyelesaian persamaan linear dua variabel atau tiga variabel

### Konsep baru

1. Definisi turunan fungsi aljabar
2. Sifat-sifat turunan fungsi aljabar, yaitu:
  - a. Sifat turunan fungsi pangkat
  - b. Sifat turunan jumlah fungsi
  - c. Sifat turunan selisih fungsi
  - d. Sifat turunan hasil kali fungsi
  - e. Sifat turunan hasil bagi fungsi
  - f. Aturan dalil rantai
3. Turunan kedua fungsi aljabar

### Konsep materi selanjutnya

1. Keterkaitan turunan pertama fungsi dengan nilai maksimum, nilai minimum, dan selang kemonotonan fungsi, serta kemiringan garis singgung kurva

## DEFINISI TURUNAN FUNGSI ALJABAR

---

### Indikator Pencapaian Kompetensi

3.8.1 Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi

### Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi dengan tepat setelah mendapatkan materi pengantar dari guru

## Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan definisi

---

### PETUNJUK PEMBELAJARAN

1. Lembar kerja peserta didik terdiri dari materi singkat, *QR code*, dan latihan soal.
2. Bacalah materi singkat dan simaklah penjelasan melalui *scan QR code* yang tersedia. *QR code* berisi tentang:
  - a. video penjelasan makna grafik turunan fungsi aljabar yang berkaitan dengan limit fungsi aljabar (materi prasyarat)
  - b. rekaman *voice note* pembahasan soal langkah demi langkah (pada bagian ini terletak di dekat nomor halaman dan peserta didik dapat membaca sambil mendengarkan penjelasan)
3. Isilah bagian yang masih rumpang dan kerjakanlah soal-soal yang tersedia untuk latihan dan memperkuat pengetahuan yang telah kalian pahami.
4. Kerjakan di buku tulis/ kertas HVS/ kertas folio.
5. Isilah tingkat kesulitan soal dengan mencentang ( $\checkmark$ ) pada lembar kerja peserta didik atau menuliskan skala kesulitan di lembar jawab latihan soal.

**Alokasi waktu: 55 menit**

# Yukss Kita Mengenal Turunan Fungsi Aljabar



Ingatkah kalian dengan limit?

Misalkan, kita akan mencari nilai dari  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

$$= \dots$$

Jadi, nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}$  adalah ... .

Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sangat-sangat mudah	Sangat mudah	Mudah	Agak mudah	Tidak mudah atau tidak sulit	Agak sulit	Sulit	Sangat sulit	Sangat-sangat sulit

Penerapan turunan dalam kehidupan sehari-hari

Contoh:

1. ....  
.....
2. ....  
.....
3. ....  
.....

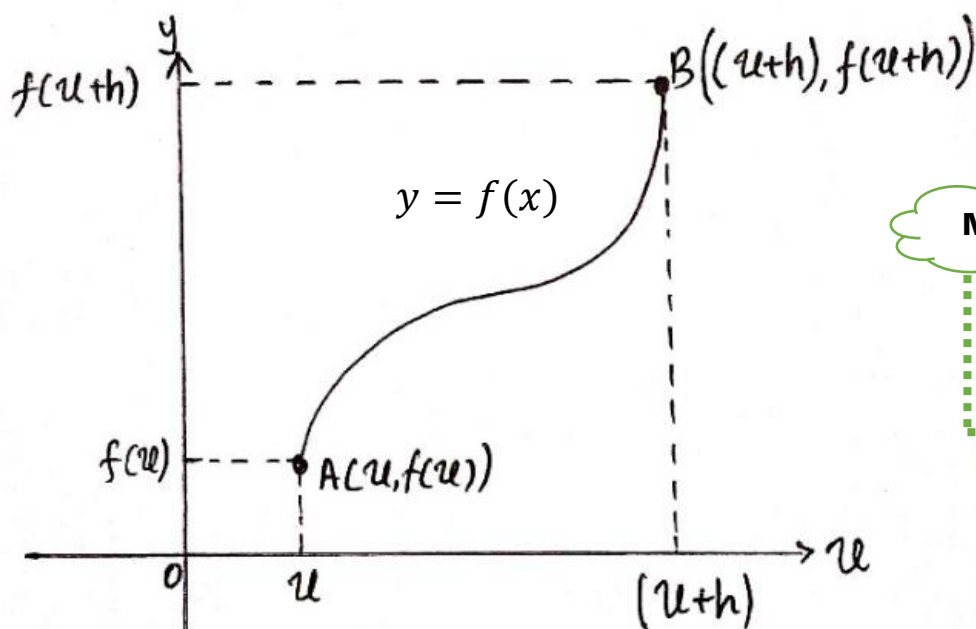


## Definisi turunan

Jika fungsi  $f(x)$  *diferensiabel* (mempunyai turunan) untuk setiap nilai  $x$  dalam domain  $D$  dengan  $D \in \mathbb{R}$ , maka turunan fungsi  $f(x)$  ditulis  $f'(x)$  dengan rumus,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Perhatikan gambar grafik berikut.



Catatan:

- (1)  $f'(x)$  disebut sebagai fungsi turunan dari  $f(x)$ .
- (2) Proses menentukan  $f'(x)$  dari  $f(x)$  disebut penurunan (*diferensial*).
- (3) Notasi lain untuk turunan dari fungsi  $y = f(x)$  adalah

$$y' \text{ atau } \frac{df(x)}{dx} \text{ atau } \frac{dy}{dx}$$

- (4) Bentuk  $\frac{df(x)}{dx}$  atau  $\frac{dy}{dx}$  disebut *notasi Leibniz* untuk turunan.





## Contoh 1

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^2 + 3$  menggunakan definisi.

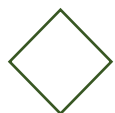
*Jawab:*

Diketahui  $f(x) = 3x^2 + 3$ , maka  $f(x + h) = 3(x + h)^2 + 3$

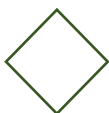
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h)^2+3]-[3x^2+3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x^2+2xh+h^2)+3]-[3x^2+3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2+6xh+3h^2+3-3x^2-3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh+3h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(6x+3h)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 6x + 3h, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= 6x \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^2 + 3$  adalah  $f'(x) = 6x$ .

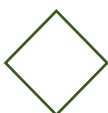
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



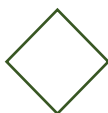
Sangat-sangat mudah



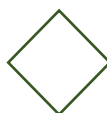
Sangat mudah



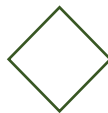
Mudah



Agak mudah



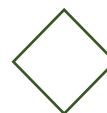
Tidak mudah atau tidak sulit



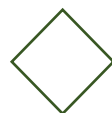
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 1

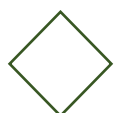
Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

a.  $f(x) = 2x - 4$

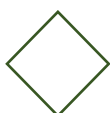
b.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$

*Jawab:*

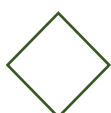
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



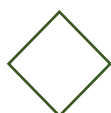
Sangat-sangat mudah



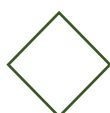
Sangat mudah



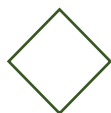
Mudah



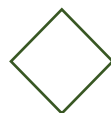
Agak mudah



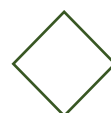
Tidak mudah atau tidak sulit



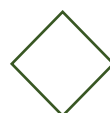
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



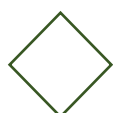
## Latihan Soal Dulu Yukss....

Tentukan turunan pertama fungsi berikut, dengan menggunakan definisi turunan fungsi aljabar.

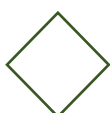
- $f(x) = 7x - 9$
- $f(x) = 5x^2 - 3x + 6$
- $f(x) = 3x^3 - 2x$

*Jawab:*

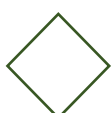
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



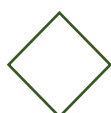
Sangat-sangat mudah



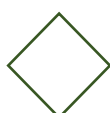
Sangat mudah



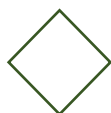
Mudah



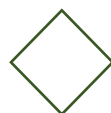
Agak mudah



Tidak mudah atau tidak sulit



Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

*Note:* Kerjakan latihan-latihan soal pada LKPD ini, kemudian kirimkan hasil pekerjaan kalian melalui edmodo



## SIFAT-SIFAT TURUNAN FUNGSI ALJABAR DAN TURUNAN KEDUA FUNGSI ALJABAR

### Indikator Pencapaian Kompetensi

- 3.8.2. Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan
- 3.8.3. Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi
- 3.8.4. Menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai
- 3.8.5. Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya
- 3.8.6. Membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar
- 4.8.1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar

### Tujuan Pembelajaran

1. Peserta didik mampu memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan dengan benar setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
2. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi dengan tepat setelah mengetahui sifat-sifat turunan fungsi aljabar
3. Peserta didik mampu menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai dengan tepat setelah mengetahui aturan dalil rantai
4. Peserta didik mampu membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
5. Peserta didik mampu membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan benar setelah dapat menentukan turunan fungsi aljabar
6. Peserta didik mampu menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar dengan tepat setelah memperoleh materi mengenai sifat-sifat turunan fungsi aljabar

**Memasangkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai dengan masalah yang disajikan, menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan sifat-sifat turunan fungsi, dan menentukan turunan fungsi aljabar menggunakan aturan dalil rantai**

---

### PETUNJUK PEMBELAJARAN

1. Lembar kerja peserta didik terdiri dari materi singkat, *QR code*, dan latihan soal.
2. Bacalah materi singkat dan simaklah pembuktian rumus dengan *scan QR code* yang tersedia. *QR code* berisi tentang:
  - a. video penjelasan asal mula rumus sifat-sifat turunan fungsi aljabar
  - b. rekaman *voice note* pembahasan soal langkah demi langkah (pada bagian ini terletak di dekat nomor halaman dan peserta didik dapat membaca sambil mendengarkan penjelasan)
3. Isilah bagian yang masih rumpang dan kerjakanlah soal-soal yang tersedia untuk latihan dan memperkuat pengetahuan yang telah kalian pahami.
4. Kerjakan di buku tulis/ kertas HVS/ kertas folio.
5. Isilah tingkat kesulitan soal dengan mencentang ( $\checkmark$ ) pada lembar kerja peserta didik atau menuliskan skala kesulitan di lembar jawab latihan soal.

**Alokasi waktu: 65 menit**

## Apa Saja Sifat-Sifat Turunan Fungsi Aljabar?

=====

Perhatikan contoh soal berikut.

Misalkan punya fungsi berikut,

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3$$

Turunannya adalah  $f'(x) = \frac{3}{2}x^2$



## Sifat 1

### Turunan Fungsi Pangkat

Misalkan  $f(x) = ax^n$ , fungsi tersebut disebut sebagai fungsi pangkat. Turunan fungsi pangkat adalah

$$f'(x) = anx^{n-1}$$



#### Contoh 1

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 24x^6$ .

*Jawab:*

Menggunakan sifat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$a = 24$$

$$n = 6$$

$$n - 1 = 6 - 1 = 5$$

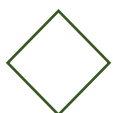
$$f'(x) = anx^{n-1}$$

$$= 24 \cdot 6x^5$$

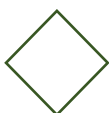
$$= 144x^5$$

Jadi,  $f'(x) = 144x^5$

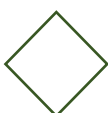
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



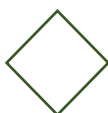
Sangat-sangat mudah



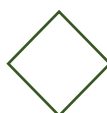
Sangat mudah



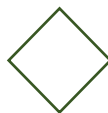
Mudah



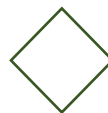
Agak mudah



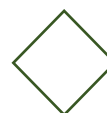
Tidak mudah atau tidak sulit



Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit





## Latihan 1

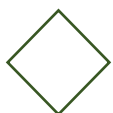
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = 7x^{-4}$

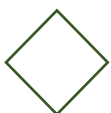
b.  $f(x) = 6x^{-\frac{1}{2}}$

*Jawab:*

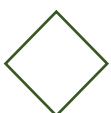
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



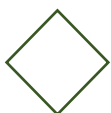
Sangat-sangat mudah



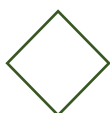
Sangat mudah



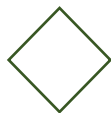
Mudah



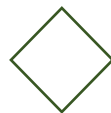
Agak mudah



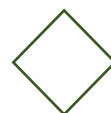
Tidak mudah atau tidak sulit



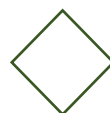
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 2

### Turunan Jumlah Fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) + v(x)$ , dengan  $f(x)$  adalah jumlah dari dua fungsi yaitu  $u(x)$  dan  $v(x)$ , dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan jumlah fungsi tersebut adalah

$$f'(x) = u'(x) + v'(x)$$



### Contoh 2

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 6x^3 + 12x^2$ .

*Jawab:*

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

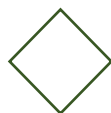
Misalkan  $u(x) = 6x^3$        $v(x) = 12x^2$

$$u'(x) = 18x^2 \quad v'(x) = 24x$$

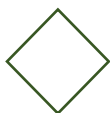
$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= u'(x) + v'(x) \\ &= 18x^2 + 24x \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = 18x^2 + 24x$$

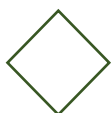
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



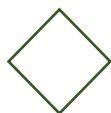
Sangat-sangat mudah



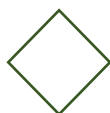
Sangat mudah



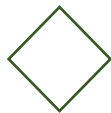
Mudah



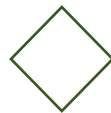
Agak mudah



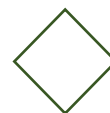
Tidak mudah atau tidak sulit



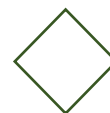
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 2

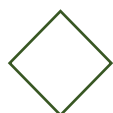
Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

a.  $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{2}x$

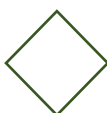
b.  $f(x) = \frac{2}{3}x^{-3} + x^2$

*Jawab:*

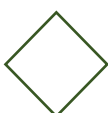
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



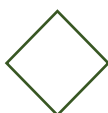
Sangat-sangat mudah



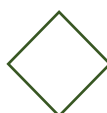
Sangat mudah



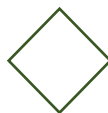
Mudah



Agak mudah



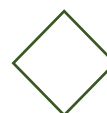
Tidak mudah atau tidak sulit



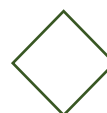
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

### Sifat 3

## Turunan Selisih Fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) - v(x)$ , dengan  $f(x)$  adalah selisih dari dua fungsi yaitu  $u(x)$  dan  $v(x)$ , dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan selisih fungsi tersebut adalah

$$f'(x) = u'(x) - v'(x)$$



### Contoh 3

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^4 - 5x^3$ .

*Jawab:*

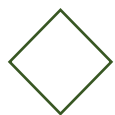
Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= 3x^4 & v(x) &= 5x^3 \\ u'(x) &= 12x^3 & v'(x) &= 15x^2 \end{aligned}$$

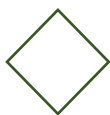
$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= u'(x) - v'(x) \\ &= 12x^3 - 15x^2 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = 12x^3 - 15x^2$$

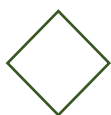
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



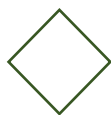
Sangat-sangat mudah



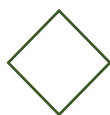
Sangat mudah



Mudah



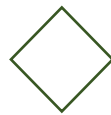
Agak mudah



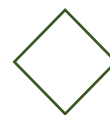
Tidak mudah atau tidak sulit



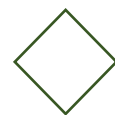
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



### Latihan 3

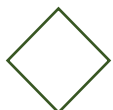
Tentukan turunan pertama fungsi berikut:

a.  $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - 2x$

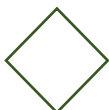
b.  $f(x) = x^{-3} - 4x^2$

*Jawab:*

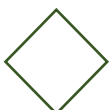
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



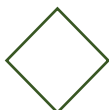
Sangat-sangat mudah



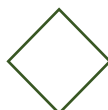
Sangat mudah



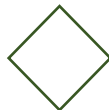
Mudah



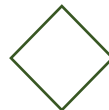
Agak mudah



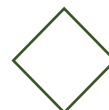
Tidak mudah atau tidak sulit



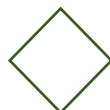
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 4

### Turunan Hasil Kali Fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$  dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan hasil kali fungsi adalah

$$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$$



#### Contoh 4

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)$ .

*Jawab:*

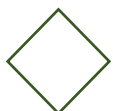
Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= 7x & v(x) &= 2x^2 + 6x + 5 \\ u'(x) &= 7 & v'(x) &= 4x + 6 \end{aligned}$$

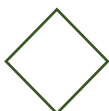
$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) \\ &= 7 \cdot [2x^2 + 6x + 5] + [7x] \cdot [4x + 6] \\ &= [14x^2 + 42x + 35] + [28x^2 + 42x] \\ &= 42x^2 + 84x + 35 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = 42x^2 + 84x + 35$$

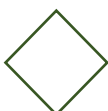
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



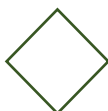
Sangat-sangat mudah



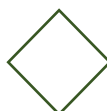
Sangat mudah



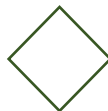
Mudah



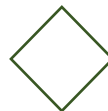
Agak mudah



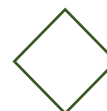
Tidak mudah atau tidak sulit



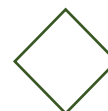
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 4

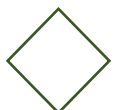
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = (3x^2 + 4)(4x - 2)$

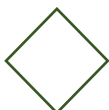
b.  $f(x) = (x^2 - 3x + 1)12x^3$

*Jawab:*

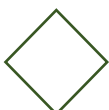
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



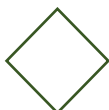
Sangat-sangat mudah



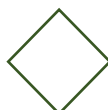
Sangat mudah



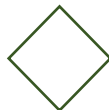
Mudah



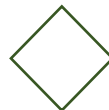
Agak mudah



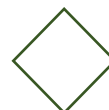
Tidak mudah atau tidak sulit



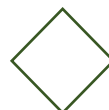
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 5

### Turunan Hasil Bagi Fungsi

Misalkan  $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ , dengan  $v(x) \neq 0$ ,  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan hasil bagi fungsi adalah

$$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$$



### Contoh 5

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 6}{2x - 3}$ .

*Jawab:*

Menggunakan sifat  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

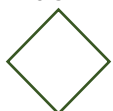
Misalkan  $u(x) = 3x^2 - 5x + 6$        $v(x) = 2x - 3$   
 $u'(x) = 6x - 5$                        $v'(x) = 2$

Sehingga,  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

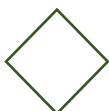
$$\begin{aligned} &= \frac{[6x - 5] \cdot [2x - 3] - [3x^2 - 5x + 6] \cdot [2]}{[2x - 3]^2} \\ &= \frac{[12x^2 - 28x + 15] - [6x^2 - 10x + 12]}{[2x - 3]^2} \\ &= \frac{12x^2 - 28x + 15 - 6x^2 + 10x - 12}{[2x - 3]^2} \\ &= \frac{6x^2 - 18x + 3}{[2x - 3]^2} \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = \frac{6x^2 - 18x + 3}{[2x - 3]^2}$

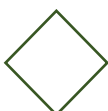
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



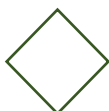
Sangat-sangat mudah



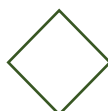
Sangat mudah



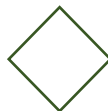
Mudah



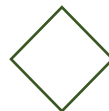
Agak mudah



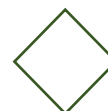
Tidak mudah atau tidak sulit



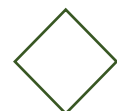
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit





## Latihan 5

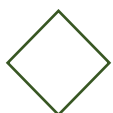
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = \frac{x^2-3x}{2x-1}$

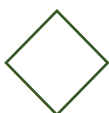
b.  $f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$

*Jawab:*

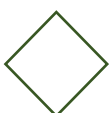
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



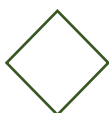
Sangat-sangat mudah



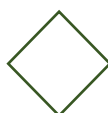
Sangat mudah



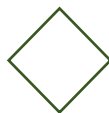
Mudah



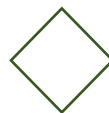
Agak mudah



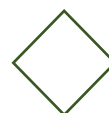
Tidak mudah atau tidak sulit



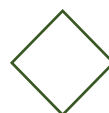
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Sifat 6

### Aturan Dalil Rantai

Misalkan  $y = (f \circ u)(x) = f(u(x))$  dengan  $f$  dan  $u$  adalah fungsi-fungsi yang mempunyai turunan maka

$$y' = f'(u(x)) \cdot u'(x) \text{ atau } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

#### Contoh 6

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6$  dengan menggunakan aturan dalil rantai.

*Jawab:*  $u(x)$

Diketahui  $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6$

Misalkan  $u(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9$ , sehingga  $f(u) = [u(x)]^6$

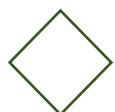
$$f(u) = [u(x)]^6 \qquad u(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9$$

$$f'(u) = \frac{df}{du} = 6[u(x)]^5 \qquad u'(x) = \frac{du}{dx} = 12x^3 + 15x^2 - 4x + 7$$

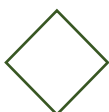
$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 6[u(x)]^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7), \text{ substitusikan } u(x) \text{ ke bentuk semula} \\ &= 6(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7) \\ &= 6(12x^3 + 15x^2 - 4x + 7)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \\ &= (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5$

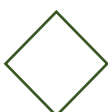
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



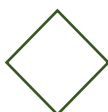
Sangat-sangat mudah



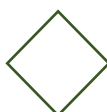
Sangat mudah



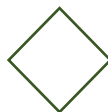
Mudah



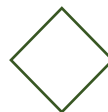
Agak mudah



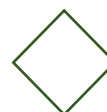
Tidak mudah atau tidak sulit



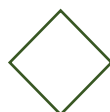
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 6

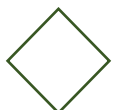
Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = (3x^2 - x + 4)^7$

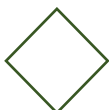
b.  $f(x) = (12x^3)^{-3}$

*Jawab:*

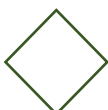
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



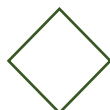
Sangat-sangat mudah



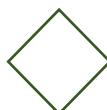
Sangat mudah



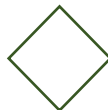
Mudah



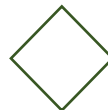
Agak mudah



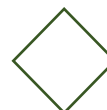
Tidak mudah atau tidak sulit



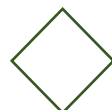
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Apa Itu Turunan Kedua Fungsi Aljabar?

=====

Ingatkah kalian dengan turunan pertama fungsi aljabar menggunakan cara definisi?

Misalkan, kita akan mencari turunan pertama dari  $f(x) = x^2 - 9x + 1$

*Jawab:*

Diketahui  $f(x) = x^2 - 9x + 1$ , maka  $f(x + h) = (x + h)^2 - 9(x + h) + 1$

$$\begin{aligned}
 f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\dots\dots\dots]-[\dots\dots\dots]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\dots\dots\dots]-[\dots\dots\dots]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots\dots\dots}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\dots\dots\dots}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\dots\dots\dots)h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \dots\dots\dots, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\
 &= \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = x^2 - 9x + 1$  adalah  $f'(x) = \dots\dots\dots$

Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sangat-sangat mudah	Sangat mudah	Mudah	Agak mudah	Tidak mudah atau tidak sulit	Agak sulit	Sulit	Sangat sulit	Sangat-sangat sulit



## Manfaat turunan kedua fungsi aljabar

Contoh:

1. ....  
.....
2. ....  
.....
3. ....  
.....

## Pengertian turunan kedua

Jika  $f'(x)$  diturunkan lagi terhadap  $x$  akan diperoleh turunan kedua dari fungsi  $f(x)$  terhadap  $x$ . Turunan kedua fungsi  $f(x)$  dituliskan menjadi  $f''(x)$  atau  $\frac{d^2f}{dx^2}$ .

Akibatnya,

$$f''(x) = \frac{df'(x)}{dx} = \frac{d^2f}{dx^2}$$



## Contoh 7

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = 4x^3 - 5x^2$  menggunakan definisi.

*Jawab:*

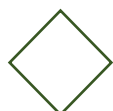
$f(x) = 4x^3 - 5x^2$	$f(x+h) = 4(x+h)^3 - 5(x+h)^2$
$f'(x) = 12x^2 - 10x$	$f'(x+h) = 12(x+h)^2 - 10(x+h)$

Ingat selalu ya..  
Sifat-sifat turunan fungsi aljabar

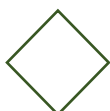
$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[12(x+h)^2 - 10(x+h)] - [12x^2 - 10x]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[12x^2 + 24xh + 12h^2 - 10x - 10h] - [12x^2 - 10x]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{12x^2 + 24xh + 12h^2 - 10x - 10h - 12x^2 + 10x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{24xh + 12h^2 - 10h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(24x + 12h - 10)h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} 24x + 12h - 10, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\
 &= 24x - 10
 \end{aligned}$$

Jadi,  $f''(x) = 24x - 10$

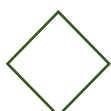
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



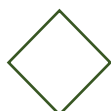
Sangat-sangat mudah



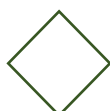
Sangat mudah



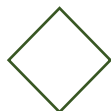
Mudah



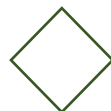
Agak mudah



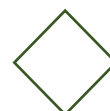
Tidak mudah atau tidak sulit



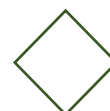
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 7

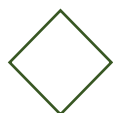
Tentukan turunan kedua fungsi berikut, dengan menggunakan definisi.

a.  $f(x) = x^3 + 5x^2$

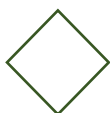
b.  $f(x) = 7x^2 - 3x + 9$

*Jawab:*

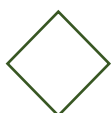
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



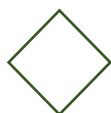
Sangat-sangat mudah



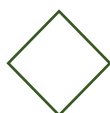
Sangat mudah



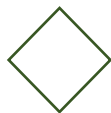
Mudah



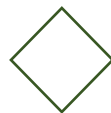
Agak mudah



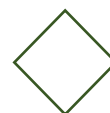
Tidak mudah atau tidak sulit



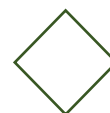
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Contoh 8

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = 4x^3 - 5x^2$  menggunakan sifat turunan fungsi aljabar.

*Jawab:*

$f(x) = 4x^3 - 5x^2$ , menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$f'(x) = 12x^2 - 10x$  (turunan pertama)

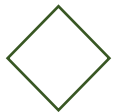
$f''(x) = 24x - 10$  (turunan kedua)

Jadi,  $f''(x) = 24x - 10$

Ingat selalu ya..

Sifat-sifat turunan fungsi aljabar

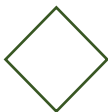
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



Sangat-sangat mudah



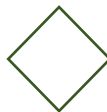
Sangat mudah



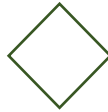
Mudah



Agak mudah



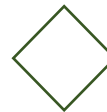
Tidak mudah atau tidak sulit



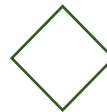
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit





## Latihan 8

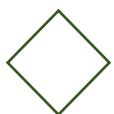
Tentukan turunan kedua fungsi berikut, dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar.

a.  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 5x$

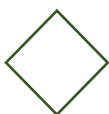
b.  $f(x) = 2x(4x - 5)$

*Jawab:*

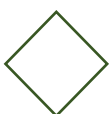
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



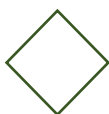
Sangat-sangat mudah



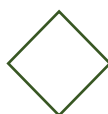
Sangat mudah



Mudah



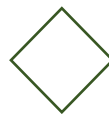
Agak mudah



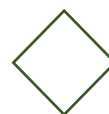
Tidak mudah atau tidak sulit



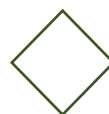
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

**Membuat grafik fungsi aljabar dan turunan pertamanya, membuat suatu permasalahan serta solusi dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar, dan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan sifat turunan fungsi aljabar**

---

### PETUNJUK PEMBELAJARAN

1. Lembar kerja peserta didik terdiri dari materi singkat, *QR code*, dan latihan soal.
2. Bacalah materi singkat dan simaklah pembahasan soal melalui *scan QR code* yang tersedia. *QR code* berisi tentang:
  - a. video penjelasan menggambar grafik fungsi dan turunannya menggunakan aplikasi geogebra
  - b. rekaman *voice note* pembahasan soal langkah demi langkah (pada bagian ini terletak di dekat nomor halaman dan peserta didik dapat membaca sambil mendengarkan penjelasan)
3. Isilah bagian yang masih rumpang dan kerjakanlah soal-soal yang tersedia untuk latihan dan memperkuat pengetahuan yang telah kalian pahami.
4. Kerjakan di buku tulis/ kertas HVS/ kertas folio.
5. Isilah tingkat kesulitan soal dengan mencentang ( $\checkmark$ ) pada lembar kerja peserta didik atau menuliskan skala kesulitan di lembar jawab latihan soal.

**Alokasi waktu: 15 menit**

## Yukss Kita Perdalam dengan Latihan Soal Pengembangan

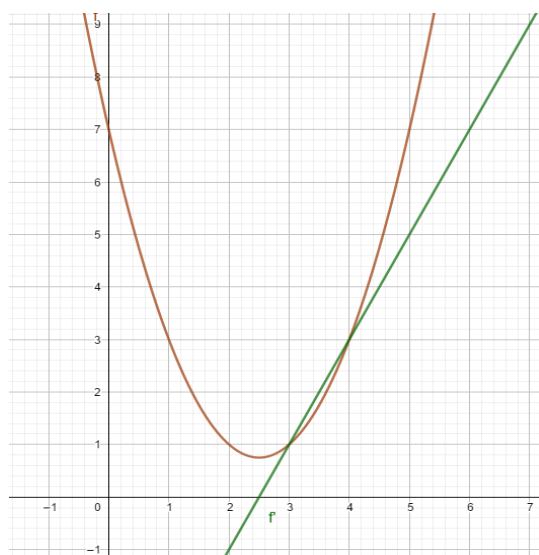
### Contoh 9

Diketahui  $f(x) = x^2 - 5x + 7$ . Gambarkan grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.

*Jawab:*

$$f(x) = x^2 - 5x + 7, \text{ maka } f'(x) = 2x - 5$$

Gambar grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama, yaitu

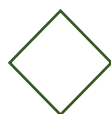


Menggunakan  
Geogebra

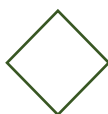


1 menit 16 detik

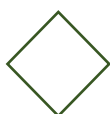
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



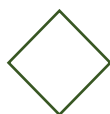
Sangat-sangat mudah



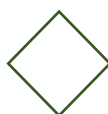
Sangat mudah



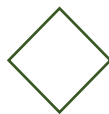
Mudah



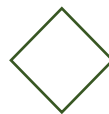
Agak mudah



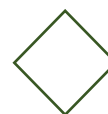
Tidak mudah atau tidak sulit



Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan 9

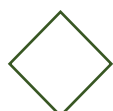
Gambarkan grafik fungsi dan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = -2x^2 + 3x - 6$

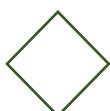
b.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 15$

*Jawab:*

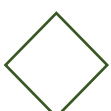
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



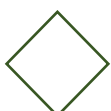
Sangat-sangat mudah



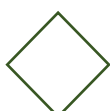
Sangat mudah



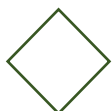
Mudah



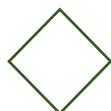
Agak mudah



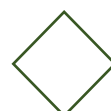
Tidak mudah atau tidak sulit



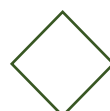
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Contoh 10

Diketahui fungsi  $f(x) = 7x - 5$ , tentukan turunan pertama fungsi  $f(x)$  di  $x = 4$  dengan menggunakan definisi.

*Jawab:*

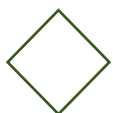
Diketahui  $f(x) = 7x - 5 = 7(4) - 5$ ,

maka  $f(x + h) = 7(x + h) - 5 = 7(4 + h) - 5$

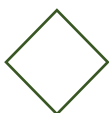
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7(4+h)-5-[7(4)-5]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[23+7h]-[23]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 7 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = 7$

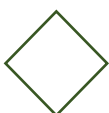
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



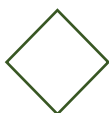
Sangat-sangat mudah



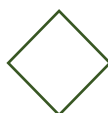
Sangat mudah



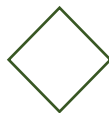
Mudah



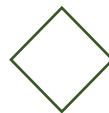
Agak mudah



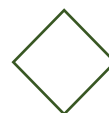
Tidak mudah atau tidak sulit



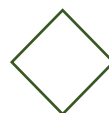
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Latihan 10

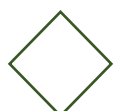
Tentukan turunan pertama fungsi berikut dengan definisi:

a.  $f(x) = -5x^2 + x - 7$  di  $x = -3$

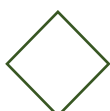
b.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$  di  $x = 7$

*Jawab:*

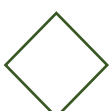
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



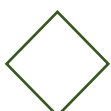
Sangat-sangat mudah



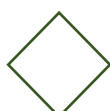
Sangat mudah



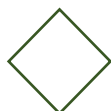
Mudah



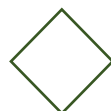
Agak mudah



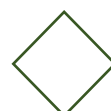
Tidak mudah atau tidak sulit



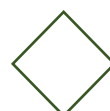
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

## Contoh 11

Diketahui fungsi  $f(x) = 2x^2 - 7x$  dan  $g(x) = 4x^3 + 6x - 15$ .  
Jika  $h(x) = f(x) + g(x)$ , maka tentukan turunan kedua fungsi  $h(x)$ .

*Jawab:*

$$f(x) = 2x^2 - 7x \text{ dan } g(x) = 4x^3 + 6x - 15$$

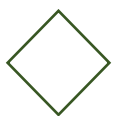
$$\begin{aligned} h(x) &= f(x) + g(x) \\ &= [2x^2 - 7x] + [4x^3 + 6x - 15] \\ &= 4x^3 + 2x^2 - x - 15 \end{aligned}$$

$$h'(x) = 12x^2 + 4x - 1$$

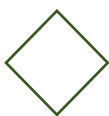
$$h''(x) = 24x + 4$$

Jadi,  $h''(x) = 24x + 4$

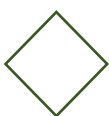
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



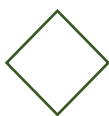
Sangat-sangat mudah



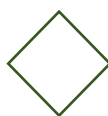
Sangat mudah



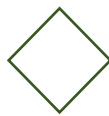
Mudah



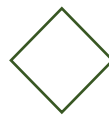
Agak mudah



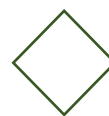
Tidak mudah atau tidak sulit



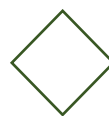
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

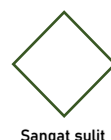
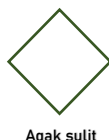
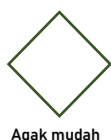
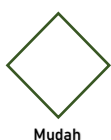
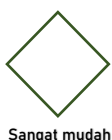
## Latihan 11

Diketahui fungsi  $f(x) = 3x^4 - 6x^2$  dan  $g(x) = 8x^3 - 7x$ .

Jika  $q(x) = f(x) + g(x)$ , maka tentukan turunan kedua fungsi  $q(x)$ .

*Jawab:*

Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:





## Contoh 12

Diketahui fungsi  $f(x) = 2x^2 - 7x$  dan  $g(x) = 4x^3 + 6x - 15$ . Jika  $s(x) = f'(x) - g'(x)$ , maka tentukan  $s'(x)$ .

*Jawab:*

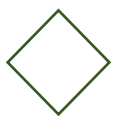
$$f(x) = -5x^4 - 3x + 4 \text{ dan } g(x) = \frac{2}{3}x^3 - 4x^2 - 7x$$

$$\begin{aligned} s(x) &= f'(x) - g'(x) \\ &= [-20x^3 - 3] - [2x^2 - 8x - 7] \\ &= -20x^3 - 2x^2 + 8x + 4 \end{aligned}$$

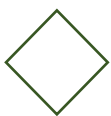
$$s'(x) = -60x^2 - 4x + 8$$

$$\text{Jadi, } s'(x) = -60x^2 - 4x + 8$$

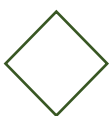
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



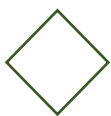
Sangat-sangat mudah



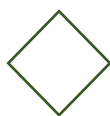
Sangat mudah



Mudah



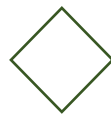
Agak mudah



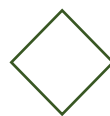
Tidak mudah atau tidak sulit



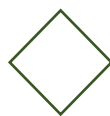
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



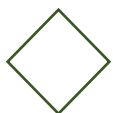
Sangat-sangat sulit

## Latihan 12

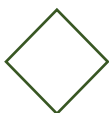
Diketahui fungsi  $f(x) = \frac{3}{2}x^6 - 2x^3 + 11$  dan  $g(x) = -7x^4 + 5x^2 - 13$ .  
Jika  $r(x) = f'(x) - g'(x)$ , maka tentukan  $r'(x)$ .

*Jawab:*

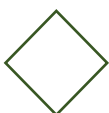
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



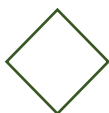
Sangat-sangat mudah



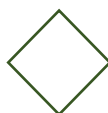
Sangat mudah



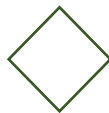
Mudah



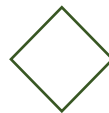
Agak mudah



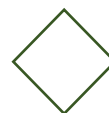
Tidak mudah atau tidak sulit



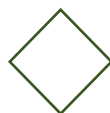
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

### Contoh 13

Diketahui fungsi  $f(x) = x^3 - px^2 - qx - 3$ . Jika  $f'(-3) = 58$  dan  $f'(2) = -7$ , maka tentukan nilai  $1\frac{2}{5}p - 2q^2$ .

**Jawab:**

$$f(x) = x^3 - px^2 - qx - 3$$

Menggunakan sifat

$$f'(x) = anx^{n-1}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 2px - q$$

Untuk  $x = -3$ , diperoleh

$$f'(-3) = 3(-3)^2 - 2p(-3) - q$$

$$58 = 27 + 6p - q$$

$$31 = 6p - q$$

Untuk  $x = 2$ , diperoleh

$$f'(2) = 3(2)^2 - 2p(2) - q$$

$$-19 = -4p - q$$

Dengan menggunakan eliminasi dan substitusi diperoleh,

$$\begin{array}{r} 6p - q = 31 \quad | \times 1 \\ -4p - q = -19 \quad | \times 1 \\ \hline 10p = 50 \\ p = 5 \end{array}$$

Karena  $p = 5$ , maka substitusi ke salah satu persamaan diperoleh,

$$31 = 6(5) - q$$

$$31 = 30 - q$$

$$31 - 30 = -q$$

$$1 = -q$$

$$-1 = q$$

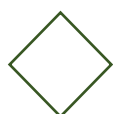
Jadi,

$$\text{nilai } 1\frac{2}{5}p - 2q^2 = \frac{7}{5}(5) - 2(-1)^2$$

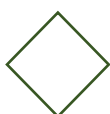
$$= 7 - 2$$

$$= 5$$

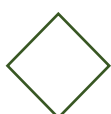
Isilah dengan mencentang (√) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



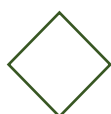
Sangat-sangat mudah



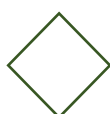
Sangat mudah



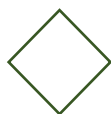
Mudah



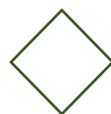
Agak mudah



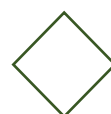
Tidak mudah atau tidak sulit



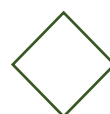
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



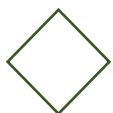
Sangat-sangat sulit

### Latihan 13

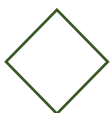
Diketahui fungsi  $f(x) = hx^4 - x^2 + kx - 6$ . Jika  $f'(-2) = 8$  dan  $f'(1) = 2$ , maka tentukan nilai  $6h^3 - 2\frac{2}{7}k$ .

*Jawab:*

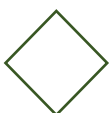
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



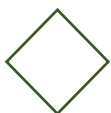
Sangat-sangat mudah



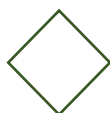
Sangat mudah



Mudah



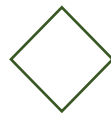
Agak mudah



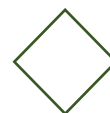
Tidak mudah atau tidak sulit



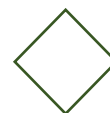
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit



## Latihan Soal Dulu Yukss....

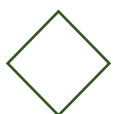
### Soal 1

Tentukan turunan pertama fungsi berikut, dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar

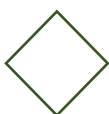
- $f(x) = 6x^7$
- $f(x) = 4x^3 + 5x^{\frac{1}{2}}$
- $f(x) = 3x^2 - 7x^{\frac{2}{7}}$
- $f(x) = 2x^4 - 6x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x^{-2}$
- $f(x) = (3x - 5)2x^5$
- $f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{3x}$
- $f(x) = (2x^4 - 3x^3 + 5x)^8$

*Jawab:*

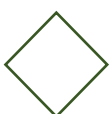
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



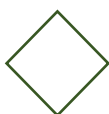
Sangat-sangat mudah



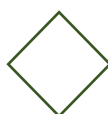
Sangat mudah



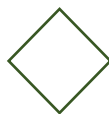
Mudah



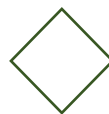
Agak mudah



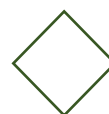
Tidak mudah atau tidak sulit



Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

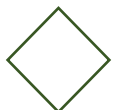
## Soal 2

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = -3x^3 + 7x^2 - 8x$  dengan:

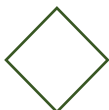
- menggunakan definisi
- menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar

*Jawab:*

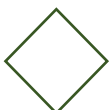
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



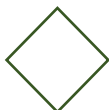
Sangat-sangat mudah



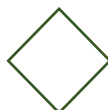
Sangat mudah



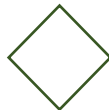
Mudah



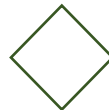
Agak mudah



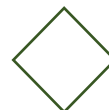
Tidak mudah atau tidak sulit



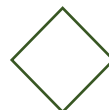
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



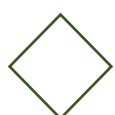
Sangat-sangat sulit

### Soal 3

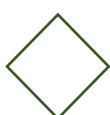
Diketahui  $f(x) = -2x^2 + 7x - 8$ . Gambarkan grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.

*Jawab:*

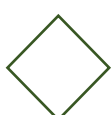
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



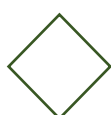
Sangat-sangat mudah



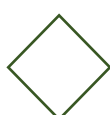
Sangat mudah



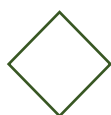
Mudah



Agak mudah



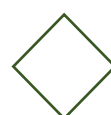
Tidak mudah atau tidak sulit



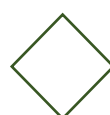
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

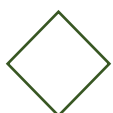


#### Soal 4

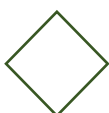
Diketahui fungsi  $f(x) = 5x^3 - 4x$ , tentukan turunan pertama fungsi  $f(x)$  di  $x = -2$  dengan menggunakan definisi.

*Jawab:*

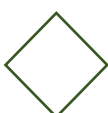
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



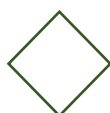
Sangat-sangat mudah



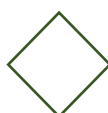
Sangat mudah



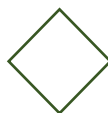
Mudah



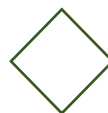
Agak mudah



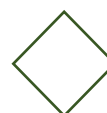
Tidak mudah atau tidak sulit



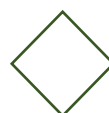
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



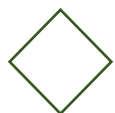
Sangat-sangat sulit

### Soal 5

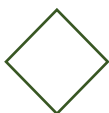
Diketahui fungsi  $f(x) = -x^3 - 3x - 2$  dan  $g(x) = -4x^2 - 7x$ . Jika  $h(x) = f(x) - g(x)$ , maka tentukan turunan kedua fungsi  $h(x)$ .

*Jawab:*

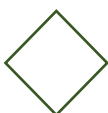
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



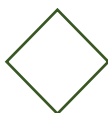
Sangat-sangat mudah



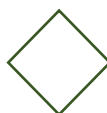
Sangat mudah



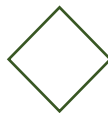
Mudah



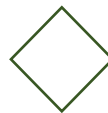
Agak mudah



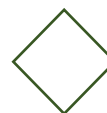
Tidak mudah atau tidak sulit



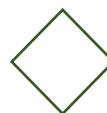
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



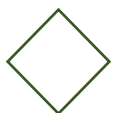
Sangat-sangat sulit

### Soal 6

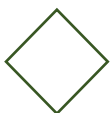
Diketahui fungsi  $f(x) = 6x^3 - 5x + 3$  dan  $g(x) = x^3 - 12x^2 + 18x$ . Jika  $s(x) = f'(x) + g'(x)$ , maka tentukan  $s'(x)$ .

*Jawab:*

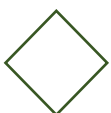
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



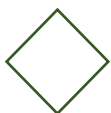
Sangat-sangat mudah



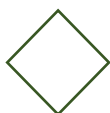
Sangat mudah



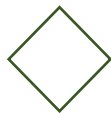
Mudah



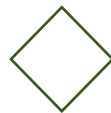
Agak mudah



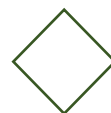
Tidak mudah atau tidak sulit



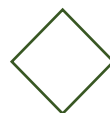
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

*Note:* Kerjakan latihan-latihan soal pada LKPD ini, kemudian kirimkan hasil pekerjaan kalian melalui edmodo





***HANDOUT***  
**TURUNAN FUNGSI ALJABAR**



# Turunan Fungsi Aljabar

*Contoh penerapan, mengapa kita perlu belajar turunan ?*

Perkembangan kalkulus diferensial pada abad ke-17 sebagian besar dipengaruhi oleh beberapa masalah yaitu:

1. Menemukan **gradien garis singgung** di sebuah titik pada suatu kurva yang diketahui
2. Menentukan **kecepatan sesaat sebuah partikel** yang bergerak sepanjang garis lurus dengan laju yang berubah
3. **Contoh:**
  - a. Seorang pembalap ingin mengetahui kecepatannya pada suatu waktu tertentu
  - b. Berapa tinggi maksimum dari bola yang dilempar

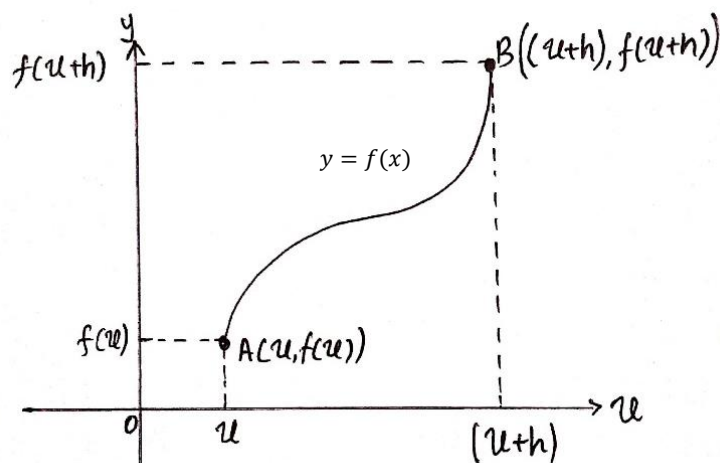
Berbagai permasalahan seperti contoh di atas dapat diselesaikan menggunakan konsep **turunan (derivatif)** yang merupakan pengerjaan dasar dalam **kalkulus diferensial**. Secara lebih khusus, kalkulus diferensial sering digunakan dalam ilmu fisika.

## A. Definisi Turunan

1. Nilai  $x$  mengalami perubahan yang besarnya  $(a + h) - a = h$ .
2. Nilai fungsi juga mengalami perubahan yang besarnya  $f(a + h) - f(a)$ .
3. Laju perubahan fungsi  $f: x \rightarrow f(x)$  atau  $y = f(x)$  di  $x = a$ , ditulis  $f'(a)$  yang merupakan turunan atau derivatif di  $x = a$ .
4. Turunan  $f(x)$  di  $x = a$  dirumuskan dengan,

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h}$$

Berikut adalah gambar kondisi laju perubahan:



**Gambar 1.** Laju perubahan nilai fungsi  $f$

**Catatan:**

Jika fungsi  $f(x)$  differensiabel (mempunyai turunan) untuk setiap nilai  $x$  dalam domain  $D$  dengan  $D \in \mathbb{R}$ , maka turunan fungsi  $f(x)$  ditulis  $f'(x)$  dengan rumus,

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

- a.  $f'(x)$  disebut sebagai fungsi turunan dari  $f(x)$ .
- b. Proses menentukan  $f'(x)$  dari  $f(x)$  disebut penurunan (diferensial).
- c. Notasi lain untuk turunan dari fungsi  $y = f(x)$  adalah

$$y' \text{ atau } \frac{df(x)}{dx} \text{ atau } \frac{dy}{dx}$$

- d. Bentuk  $\frac{df(x)}{dx}$  atau  $\frac{dy}{dx}$  disebut notasi Leibniz untuk turunan

**Contoh 1:**

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^2 + 3$  menggunakan definisi serta gambarkan grafik  $f(x)$  dan  $f'(x)$  dalam sebuah koordinat kartesius yang sama.

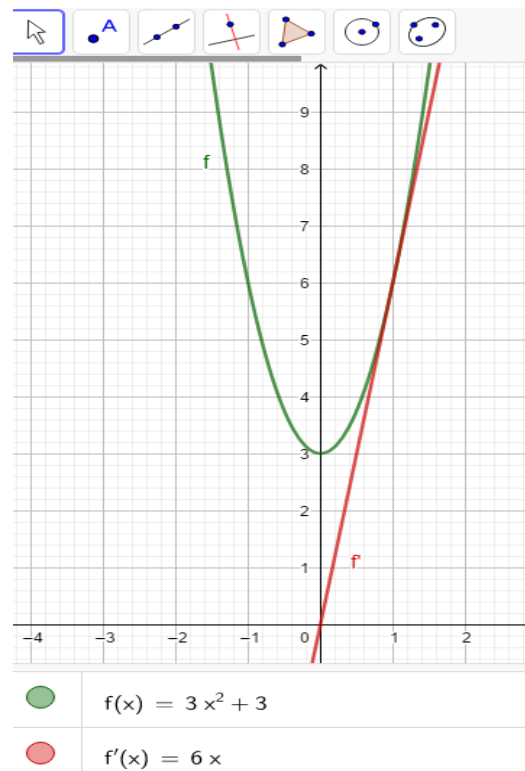
**Jawab:**

Diketahui  $f(x) = 3x^2 + 3$ ,  
maka  $f(x+h) = 3(x+h)^2 + 3$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h)^2 + 3] - [3x^2 + 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x^2 + 2xh + h^2) + 3] - [3x^2 + 3]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 + 3 - 3x^2 - 3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(6x + 3h)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 6x + 3h, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= 6x \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^2 + 3$  adalah  $f'(x) = 6x$ .

Gambar grafik  $f(x)$  dan  $f'(x)$  dalam sebuah koordinat kartesius yang sama, yaitu:



**Contoh 2:**

Diketahui fungsi  $f(x) = 7x - 5$ , tentukan turunan pertama fungsi  $f(x)$  di  $x = 4$  dengan menggunakan definisi.

**Jawab:**

Diketahui  $f(x) = 7x - 5 = 7(4) - 5$ , maka  $f(x + h) = 7(x + h) - 5 = 7(4 + h) - 5$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[7(4+h)-5]-[7(4)-5]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[23+7h]-[23]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 7 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 7x - 5$  di  $x = 4$  adalah  $f'(x) = 7$ .

**B. Sifat-sifat Turunan Fungsi****1. Turunan fungsi pangkat**

Misalkan  $f(x) = ax^n$ , dengan  $n$  bilangan bulat positif. Fungsi tersebut disebut sebagai fungsi pangkat, maka turunan fungsi pangkat adalah  $f'(x) = anx^{n-1}$ .

**Bukti:**

Turunan fungsi pangkat menggunakan aturan binomial newton yaitu

$$(a + b)^n = \sum_{i=0}^n C(n, i) \cdot a^{n-i} b^i$$

diperoleh:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}, \text{ dengan } f(x) = ax^n \text{ dan } f(x+h) = a(x+h)^n \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x+h)^n - ax^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a[(C(n,0)x^{n-0}h^0 + C(n,1)x^{n-1}h + C(n,2)x^{n-2}h^2 + \dots + C(n,n-1)x^{n-(n-1)}h^{n-1} + C(n,n)x^{n-n}h^n] - x^n}{h} \\ &= a \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x^n + C(n,1)x^{n-1}h + C(n,2)x^{n-2}h^2 + \dots + C(n,n-1)xh^{n-1} + h^n) - x^n]}{h} \\ &= a \lim_{h \rightarrow 0} \frac{C(n,1)x^{n-1}h + C(n,2)x^{n-2}h^2 + \dots + C(n,n-1)xh^{n-1} + h^n}{h}, \text{ karena } x^n - x^n = 0 \\ &= a \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(C(n,1)x^{n-1} + C(n,2)x^{n-2}h + \dots + C(n,n-1)xh^{n-2} + h^{n-1})h}{h}, \text{ karena } h \text{ dikeluarkan} \\ &= a \lim_{h \rightarrow 0} (C(n,1)x^{n-1} + C(n,2)x^{n-2}h + \dots + C(n,n-1)xh^{n-2} + h^{n-1}), \text{ karena } \frac{h}{h} = 1 \\ &= a \lim_{h \rightarrow 0} (C(n,1)x^{n-1} + C(n,2)x^{n-2} \cdot 0 + \dots + C(n,n-1)x0^{n-2} + 0^{n-1}), \text{ karena } h = 0 \\ &= a \lim_{h \rightarrow 0} C(n,1)x^{n-1} \\ &= anx^{n-1} \end{aligned}$$

Jadi, jika  $f(x) = ax^n$ , untuk  $n$  bilangan bulat positif, maka

$$f'(x) = anx^{n-1}$$

**Catatan:**

Jika  $f(x) = ax^n$ , maka  $f'(x) = anx^{n-1}$  berlaku juga untuk  $n = 0$ ,  $n$  bilangan bulat negatif, dan  $n$  bilangan rasional.

**Contoh:**

Tentukan turunan pertama fungsi berikut menggunakan sifat-sifat turunan fungsi aljabar.

- $f(x) = 24x^6$
- $f(x) = 125x^{-3}$
- $f(x) = 15x^{\frac{1}{5}}$
- $f(x) = -9x^{-\frac{2}{3}}$

**Jawab:**

a.  $f(x) = 24x^6$

Menggunakan sifat turunan fungsi pangkat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$f'(x) = anx^{n-1}, \text{ dengan } \begin{aligned} a &= 24 \\ n &= 6 \\ n - 1 &= 6 - 1 = 5 \end{aligned}$$

Maka, diperoleh  $f'(x) = 24 \cdot 6x^5 = 144x^5$

b.  $f(x) = 125x^{-3}$

Menggunakan sifat turunan fungsi pangkat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$f'(x) = anx^{n-1}, \text{ dengan } \begin{aligned} a &= 125 \\ n &= -3 \\ n - 1 &= (-3) - 1 = -4 \end{aligned}$$

Maka, diperoleh  $f'(x) = 125 \cdot (-3)x^{-4} = -375x^{-4}$

c.  $f(x) = 15x^{\frac{1}{5}}$

Menggunakan sifat turunan fungsi pangkat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$f'(x) = anx^{n-1}, \text{ dengan } \begin{aligned} a &= 15 \\ n &= \frac{1}{5} \\ n - 1 &= \left(\frac{1}{5}\right) - 1 = -\frac{4}{5} \end{aligned}$$

Maka, diperoleh  $f'(x) = 15 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)x^{-\frac{4}{5}} = 3x^{-\frac{4}{5}}$

d.  $f(x) = -9x^{-\frac{2}{3}}$

Menggunakan sifat turunan fungsi pangkat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$f'(x) = anx^{n-1}, \text{ dengan } \begin{aligned} a &= -9 \\ n &= -\frac{2}{3} \\ n - 1 &= \left(-\frac{2}{3}\right) - 1 = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Maka, diperoleh  $f'(x) = (-9) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)x^{-1\frac{2}{3}} = 6x^{-1\frac{2}{3}}$



## 2. Turunan jumlah dan selisih fungsi

### a. Turunan jumlah fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) + v(x)$ , dengan  $f(x)$  adalah jumlah dari dua fungsi yaitu  $u(x)$  dan  $v(x)$ , dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan jumlah fungsi tersebut adalah  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$ .

**Bukti:**

Diketahui  $f(x) = u(x) + v(x)$  maka  $f(x+h) = u(x+h) + v(x+h)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[u(x+h) + v(x+h)] - [u(x) + v(x)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x) + v(x+h) - v(x)}{h}, \text{ karena dikelompokkan berdasarkan fungsi } u \text{ dan } v \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + \frac{v(x+h) - v(x)}{h} \right), \text{ karena masing-masing dibuat per } h \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \right) + \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{v(x+h) - v(x)}{h} \right), \text{ karena diambil limitnya} \\ &= u'(x) + v'(x), \text{ karena } u'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \text{ dan } v'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x+h) - v(x)}{h} \end{aligned}$$

Jadi, jika  $f(x) = u(x) + v(x)$ , maka turunan jumlah fungsi adalah  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$ .

### Contoh:

Tentukan  $f'(x)$  dari fungsi berikut.

- $f(x) = 6x^3 + 12x^2$
- $f(x) = \frac{3}{5}x^2 + 8x^{-3}$
- $f(x) = 1\frac{1}{4}x^8 + 5x^{-\frac{2}{7}}$

### Jawab:

a.  $f(x) = 6x^3 + 12x^2$

Menggunakan sifat turunan jumlah fungsi  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= 6x^3 & v(x) &= 12x^2 \\ u'(x) &= 18x^2 & v'(x) &= 24x \end{aligned}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) + v'(x) = 18x^2 + 24x$

Atau bisa juga disederhanakan bentuknya menjadi  $f'(x) = 6x(3x + 4)$

b.  $f(x) = \frac{3}{5}x^2 + 8x^{-3}$

Menggunakan sifat turunan jumlah fungsi  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= \frac{3}{5}x^2 & v(x) &= 8x^{-3} \\ u'(x) &= \frac{6}{5}x & v'(x) &= -24x^{-4} \end{aligned}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) + v'(x) = \frac{6}{5}x + (-24x^{-4})$ , dituliskan menjadi

$$f'(x) = \frac{6}{5}x - 24x^{-4}$$

$$c. f(x) = 1\frac{1}{4}x^8 + 5x^{-\frac{2}{7}}$$

Menggunakan sifat turunan jumlah fungsi  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= 1\frac{1}{4}x^8 & v(x) &= 5x^{-\frac{2}{7}} \\ u'(x) &= 8 \cdot \frac{5}{4}x^7 = 10x^7 & v'(x) &= \left(-\frac{2}{7}\right) \cdot 5x^{-\frac{9}{7}} = -\frac{10}{7}x^{-1\frac{2}{7}} \end{aligned}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) + v'(x) = 10x^7 + \left(-\frac{10}{7}x^{-1\frac{2}{7}}\right)$ , dituliskan menjadi

$$f'(x) = 10x^7 - \frac{10}{7}x^{-1\frac{2}{7}}$$

b. Turunan selisih fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) - v(x)$ , dengan  $f(x)$  adalah selisih dari dua fungsi yaitu  $u(x)$  dan  $v(x)$ , dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan selisih fungsi tersebut adalah  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$ .

**Bukti:**

Diketahui  $f(x) = u(x) - v(x)$  maka  $f(x+h) = u(x+h) - v(x+h)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[u(x+h) - v(x+h)] - [u(x) - v(x)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x) - v(x+h) + v(x)}{h}, \text{ karena dikelompokkan berdasarkan fungsi } u \text{ dan } v \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{[u(x+h) - u(x)]}{h} - \frac{[v(x+h) - v(x)]}{h} \right), \text{ karena masing-masing dibuat per } h \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{[u(x+h) - u(x)]}{h} \right) - \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{[v(x+h) - v(x)]}{h} \right), \text{ karena diambil limitnya} \\ &= u'(x) - v'(x), \text{ karena } u'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \text{ dan } v'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x+h) - v(x)}{h} \end{aligned}$$

Jadi, jika  $f(x) = u(x) - v(x)$ , maka turunan selisih fungsi adalah  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$ .

**Contoh:**

Tentukan  $f'(x)$  dari fungsi berikut.

- $f(x) = 3x^4 - 5x^3$
- $f(x) = \frac{3}{4}x - 2x^{-2}$
- $f(x) = 1\frac{2}{3}x^2 - 6x^{\frac{2}{5}}$

**Jawab:**

a.  $f(x) = 3x^4 - 5x^3$

Menggunakan sifat turunan selisih fungsi  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= 3x^4 & v(x) &= 5x^3 \\ u'(x) &= 12x^3 & v'(x) &= 15x^2 \end{aligned}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) - v'(x) = 12x^3 - 15x^2$

Atau bisa juga disederhanakan bentuknya menjadi  $f'(x) = 3x^2(4x - 5)$

$$b. f(x) = \frac{3}{4}x - 2x^{-2}$$

Menggunakan sifat turunan selisih fungsi  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= \frac{3}{4}x & v(x) &= 2x^{-2} \\ u'(x) &= \frac{3}{4} & v'(x) &= -4x^{-3} \end{aligned}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) - v'(x) = \frac{3}{4} - (-4x^{-3})$ , dituliskan menjadi

$$f'(x) = \frac{3}{4} + 4x^{-3}$$

$$c. f(x) = 1\frac{2}{3}x^2 - 6x^{\frac{2}{5}}$$

Menggunakan sifat turunan selisih fungsi  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= 1\frac{2}{3}x^2 & v(x) &= 6x^{\frac{2}{5}} \\ u'(x) &= 2 \cdot \frac{5}{3}x = \frac{10}{3}x & v'(x) &= \left(\frac{2}{5}\right) \cdot 6x^{-\frac{3}{5}} = \frac{12}{5}x^{-\frac{3}{5}} \end{aligned}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) - v'(x) = \frac{10}{3}x - \frac{12}{5}x^{-\frac{3}{5}}$ , dituliskan menjadi

$$f'(x) = 3\frac{1}{3}x - 2\frac{2}{5}x^{-\frac{3}{5}}$$

### 3. Turunan hasil kali dan hasil bagi fungsi

#### a. Turunan hasil kali fungsi

Misalkan  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$  dengan syarat  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan hasil kali fungsi adalah  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$ .

**Bukti:**

Diketahui  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$  maka  $f(x+h) = u(x+h) \cdot v(x+h)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[u(x+h) \cdot v(x+h)] - [u(x) \cdot v(x)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[u(x+h) \cdot v(x+h)] - u(x+h) \cdot v(x) + u(x+h) \cdot v(x) - [u(x) \cdot v(x)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( u(x+h) \cdot \frac{[v(x+h) - v(x)]}{h} + v(x) \cdot \frac{[u(x+h) - u(x)]}{h} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} u(x+h) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[v(x+h) - v(x)]}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} v(x) \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[u(x+h) - u(x)]}{h} \\ &= u(x) \cdot v'(x) + v(x) \cdot u'(x) \\ &= u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) \end{aligned}$$

Jadi, jika  $f(x) = u(x) \cdot v(x)$ , maka  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$ .

**Contoh:**

Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)$

b.  $f(x) = \frac{1}{4}x^2(x^4 - 3x)$

c.  $f(x) = \left(\frac{2}{5}x - 6\right)3x^2$

**Jawab:**

a.  $f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)$

Menggunakan sifat turunan hasil kali fungsi  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Misalkan  $u(x) = 7x$                        $v(x) = 2x^2 + 6x + 5$   
 $u'(x) = 7$                                    $v'(x) = 4x + 6$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$   
 $= 7 \cdot [2x^2 + 6x + 5] + [7x] \cdot [4x + 6]$   
 $= [14x^2 + 42x + 35] + [28x^2 + 42x]$   
 $= 42x^2 + 84x + 35$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 7x(2x^2 + 6x + 5)$  adalah

$$f'(x) = 42x^2 + 84x + 35$$

b.  $f(x) = \frac{1}{4}x^2(x^4 - 3x)$

Menggunakan sifat turunan hasil kali fungsi  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Misalkan  $u(x) = \frac{1}{4}x^2$                        $v(x) = x^4 - 3x$   
 $u'(x) = 2 \cdot \frac{1}{4}x = \frac{1}{2}x$                        $v'(x) = 4x^3 - 3$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$   
 $= \left[\frac{1}{2}x\right] \cdot [x^4 - 3x] + \left[\frac{1}{4}x^2\right] \cdot [4x^3 - 3]$   
 $= \left[\frac{1}{2}x^5 - \frac{3}{2}x^2\right] + \left[x^5 - \frac{3}{4}x^2\right]$   
 $= \frac{3}{2}x^5 - \frac{9}{4}x^2$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = \frac{1}{4}x^2(x^4 - 3x)$  adalah  $f'(x) = \frac{3}{2}x^5 - \frac{9}{4}x^2$

c.  $f(x) = \left(\frac{2}{5}x - 6\right)3x^2$

Menggunakan sifat turunan hasil kali fungsi  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Misalkan  $u(x) = \frac{2}{5}x - 6$                        $v(x) = 3x^2$   
 $u'(x) = \frac{2}{5}$                                    $v'(x) = 6x$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$   
 $= \frac{2}{5} \cdot [3x^2] + \left[\frac{2}{5}x - 6\right] \cdot [6x]$   
 $= \left[\frac{6}{5}x^2\right] + \left[\frac{12}{5}x^2 - 36x\right]$   
 $= 3\frac{3}{5}x^2 - 36x$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = \left(\frac{2}{5}x - 6\right)3x^2$  adalah  $f'(x) = 3\frac{3}{5}x^2 - 36x$

b. Turunan hasil bagi fungsi

Misalkan  $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ , dengan  $v(x) \neq 0$ ,  $u'(x)$  dan  $v'(x)$  ada, maka turunan hasil bagi fungsi adalah  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$ .

**Bukti:**

Diketahui  $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$  maka  $f(x+h) = \frac{u(x+h)}{v(x+h)}$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{u(x+h)}{v(x+h)} - \frac{u(x)}{v(x)}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{u(x+h) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x+h)}{v(x+h) \cdot v(x)}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x+h)}{v(x+h) \cdot v(x) \cdot h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x+h)}{h} \cdot \left[ \frac{1}{v(x+h) \cdot v(x)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x+h) + u(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v(x+h)}{h} \cdot \left[ \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{v(x+h) \cdot v(x)} \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left( v(x) \cdot \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + u(x) \cdot \frac{v(x) - v(x+h)}{h} \right) \cdot \left[ \frac{1}{v(x) \cdot v(x)} \right] \\ &= \left( v(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{u(x+h) - u(x)}{h} + u(x) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(x) - v(x+h)}{h} \right) \left[ \frac{1}{[v(x)]^2} \right] \\ &= [v(x) \cdot u'(x) + u(x) \cdot (-v'(x))] \left[ \frac{1}{[v(x)]^2} \right] \\ &= \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2} \end{aligned}$$

Jadi, jika  $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$ , maka  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$ .

**Contoh:**

Tentukan turunan pertama fungsi berikut.

a.  $f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 6}{2x - 3}$

b.  $f(x) = \frac{7x - 8}{x + 5}$

c.  $f(x) = \frac{4x(5x^2 - 8)}{3x + 7}$

**Jawab:**

a.  $f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 6}{2x - 3}$

Menggunakan sifat turunan hasil bagi fungsi  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

Misalkan  $u(x) = 3x^2 - 5x + 6$        $v(x) = 2x - 3$   
 $u'(x) = 6x - 5$                        $v'(x) = 2$

Sehingga,  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$   
 $= \frac{[6x - 5] \cdot [2x - 3] - [3x^2 - 5x + 6] \cdot [2]}{[2x - 3]^2}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{[12x^2 - 28x + 15] - [6x^2 - 10x + 12]}{[2x - 3]^2} \\
&= \frac{12x^2 - 28x + 15 - 6x^2 + 10x - 12}{[2x - 3]^2} \\
&= \frac{6x^2 - 18x + 3}{[2x - 3]^2}
\end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = \frac{3x^2 - 5x + 6}{2x - 3}$  adalah  $f'(x) = \frac{6x^2 - 18x + 3}{[2x - 3]^2}$

b.  $f(x) = \frac{7x - 8}{x + 5}$

Menggunakan sifat turunan hasil bagi fungsi  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

Misalkan  $u(x) = 7x - 8$                        $v(x) = x + 5$   
 $u'(x) = 7$                                        $v'(x) = 1$

Sehingga,  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{[7] \cdot [x + 5] - [7x - 8] \cdot [1]}{[x + 5]^2} \\
&= \frac{[7x + 35] - [7x - 8]}{[x + 5]^2} \\
&= \frac{7x + 35 - 7x + 8}{[x + 5]^2} \\
&= \frac{43}{[x + 5]^2}
\end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = \frac{7x - 8}{x + 5}$  adalah  $f'(x) = \frac{43}{[x + 5]^2}$

c.  $f(x) = \frac{4x(5x^2 - 8)}{3x + 7}$

Menggunakan sifat turunan hasil bagi fungsi  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

Misalkan  $u(x) = 4x(5x^2 - 8)$                        $v(x) = 3x + 7$   
 $u'(x) = 60x^2 - 32$                                        $v'(x) = 3$

Sehingga,  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

$$\begin{aligned}
&= \frac{[60x^2 - 32] \cdot [3x + 7] - [4x(5x^2 - 8)] \cdot [3]}{[3x + 7]^2} \\
&= \frac{[180x^3 + 420x^2 - 96x - 224] - [60x^3 - 96x]}{[3x + 7]^2} \\
&= \frac{180x^3 + 420x^2 - 96x - 224 - 60x^3 + 96x}{[3x + 7]^2} \\
&= \frac{120x^3 + 420x^2 - 224}{[3x + 7]^2}
\end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = \frac{4x(5x^2 - 8)}{3x + 7}$  adalah

$$f'(x) = \frac{120x^3 + 420x^2 - 224}{[3x + 7]^2}$$

### C. Aturan Dalil Rantai

Misalkan  $y = (f \circ u)(x) = f(u(x))$  dengan  $f$  dan  $u$  adalah fungsi-fungsi yang mempunyai turunan maka

$$y' = f'(u(x)) \cdot u'(x) \text{ atau } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

#### Contoh:

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6$  dengan menggunakan aturan dalil rantai.

#### Jawab:

Diketahui  $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6$

Misalkan  $u(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9$ , sehingga  $f(u) = [u(x)]^6$

$f(u) = [u(x)]^6$	$u(x) = 3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9$
$f'(u) = \frac{df}{du} = 6[u(x)]^5$	$u'(x) = \frac{du}{dx} = 12x^3 + 15x^2 - 4x + 7$

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= 6[u(x)]^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7), \text{ substitusikan } u(x) \text{ ke bentuk semula}$$

$$= 6(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5 \cdot (12x^3 + 15x^2 - 4x + 7)$$

$$= 6(12x^3 + 15x^2 - 4x + 7)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5$$

$$= (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = (3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^6$  dengan menggunakan aturan dalil rantai adalah

$$f'(x) = (72x^3 + 90x^2 - 24x + 42)(3x^4 + 5x^3 - 2x^2 + 7x - 9)^5$$

### D. Turunan Kedua Fungsi

Jika  $f'(x)$  diturunkan lagi terhadap  $x$  akan diperoleh turunan kedua dari fungsi  $f(x)$  terhadap  $x$ . Turunan kedua fungsi  $f(x)$  dituliskan menjadi  $f''(x)$  atau  $\frac{d^2f}{dx^2}$ .

Akibatnya,

$$f''(x) = \frac{df'(x)}{dx} = \frac{d^2f}{dx^2}$$

#### Contoh 1:

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = -2x^3 + 4x$  menggunakan definisi.

#### Jawab:

$f(x) = -2x^3 + 4x$	$f(x+h) = -2(x+h)^3 + 4(x+h)$
$f'(x) = -6x^2 + 4$	$f'(x+h) = -6(x+h)^2 + 4$

$$\begin{aligned}
f''(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-6(x+h)^2 + 4] - [-6x^2 + 4]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-6x^2 - 12xh - 6h^2 + 4] - [-6x^2 + 4]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-6x^2 - 12xh - 6h^2 + 4 + 6x^2 - 4}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-12xh - 6h^2}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-12x - 6h)h}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} -12x - 6h, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\
&= -12x
\end{aligned}$$

Jadi, turunan kedua fungsi  $f(x) = -2x^3 + 4x$  menggunakan definisi adalah  $f''(x) = -12x$

**Contoh 2:**

Tentukan turunan kedua dari fungsi  $f(x) = 4x^3 - 5x^2$  menggunakan sifat turunan fungsi aljabar.

**Jawab:**

$f(x) = 4x^3 - 5x^2$ , menggunakan sifat turunan selisih fungsi  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$f'(x) = 12x^2 - 10x$$

$$f''(x) = 24x - 10$$

Jadi, turunan kedua dari fungsi  $f(x) = 4x^3 - 5x^2$  menggunakan sifat turunan fungsi aljabar adalah  $f''(x) = 24x - 10$ .



### Ringkasan Materi

Berikut adalah aturan sifat-sifat turunan fungsi secara umum yaitu:

**Tabel 1.** Sifat-sifat turunan fungsi

Bentuk fungsi	Turunan
a. $f(x) = c$ , dimana $c$ adalah konstanta	$f'(x) = 0$
b. $f(x) = k \cdot u(x)$ ,	$f'(x) = k \cdot u(x)'$
c. $f(x) = u(x) \pm v(x)$	$f'(x) = u(x)' \pm v(x)'$
d. $f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$f'(x) = u(x)'v(x) + u(x)v(x)'$
e. $f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	$f'(x) = \frac{u(x)'v(x) - u(x)v(x)'}{v(x)^2}$
f. $f(x) = u(x)^n$	$f'(x) = n \cdot u(x)^{n-1} \cdot u(x)'$
g. $f(x) = f(u(x))$	$f'(x) = f'(u(x)) \cdot u(x)'$

Berikut adalah aturan turunan fungsi aljabar untuk beberapa kondisi khusus yaitu:

**Tabel 2.** Aturan turunan fungsi aljabar

Bentuk Fungsi	Turunan
a. $f(x) = c$ , dimana $c$ adalah konstanta	$f'(x) = 0$
b. $f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{(n-1)}$
c. $f(x) = ax^n$	$f'(x) = n \cdot a \cdot x^{(n-1)}$
d. $f(x) = e^x$	$f'(x) = e^x$
e. $f(x) = \ln x$	$f'(x) = \frac{1}{x}$
f. $f(x) = (g \circ h)(x) = g(h(x))$	$f'(x) = g'(h(x)) \cdot h'(x)$

*Semangat belajar, semoga SUKSES ^\_^*



# **TES MATEMATIKA**



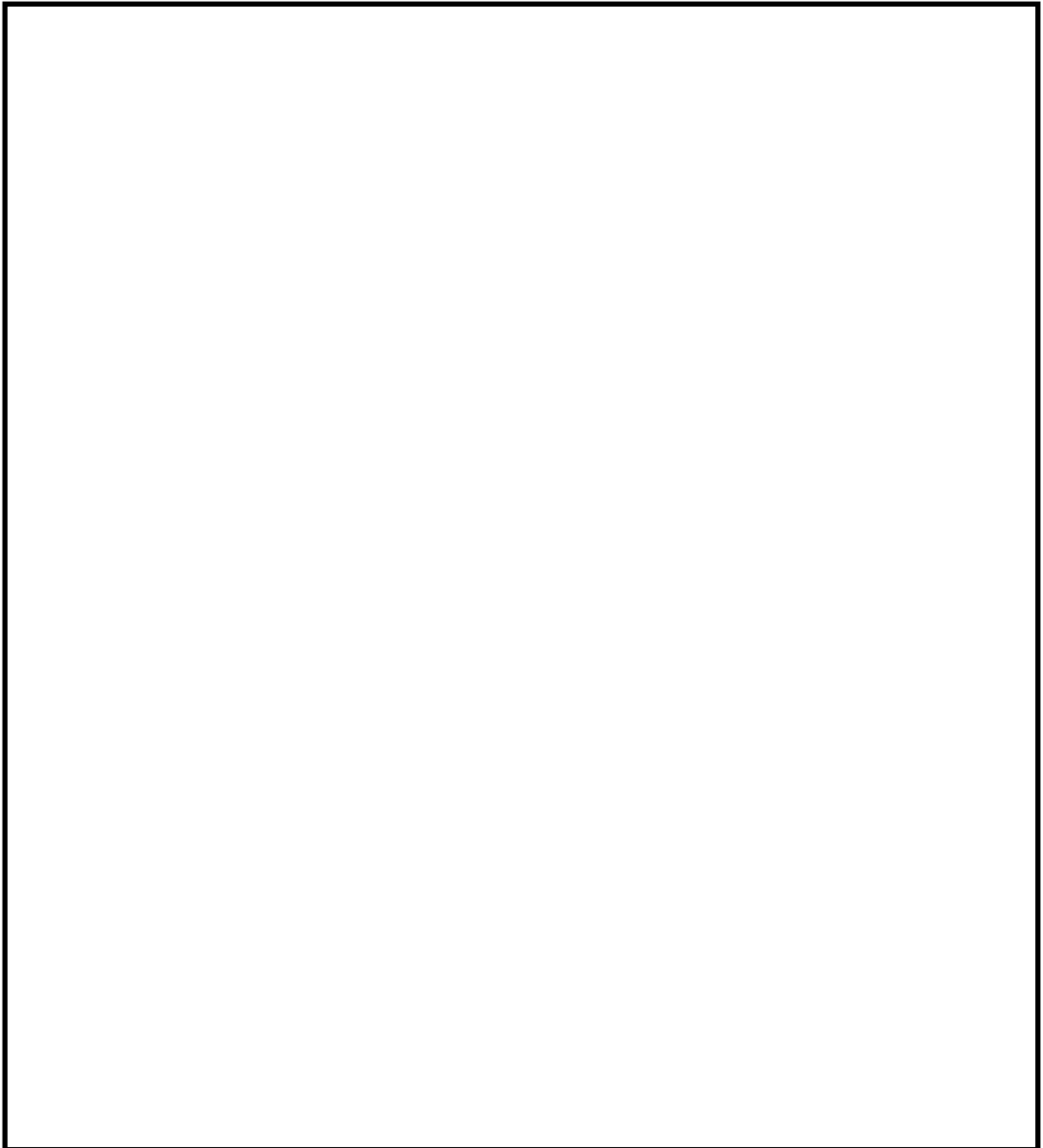
## Soal *Pre-Test* Matematika

### (Limit Fungsi Aljabar)

#### **Petunjuk:**

1. Berdoalah sebelum mengerjakan soal pre test
2. Tuliskan nama, kelas, dan nomor absen dalam lembar jawab
3. Tuliskan kalimat berikut dalam lembar jawab kalian **“Saya mengerjakan ujian ini dengan jujur dan berdasarkan kemampuan saya sendiri, serta tidak menerima bantuan dari pihak lain”**
4. Terdiri dari 2 soal uraian.
5. Kerjakan semua soal secara mandiri dengan waktu yang tersedia adalah 20 menit.
6. Semangat belajar dan percayalah pada kemampuan kalian sendiri bahwa kalian bisa untuk mengerjakan.
7. Kirimkan hasil pekerjaan ke email berikut [wahyuni.eka.m9@gmail.com](mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com)

1. Tuliskan 4 sifat operasi perhitungan limit fungsi aljabar yang sudah kalian pelajari. (*Skor 10*)



2. Tentukan nilai limit berikut. (*Skor 20*)

a.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 6x - 4}{4x - 8}$

b.  $\lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{x+5} + \frac{30}{x^2 - 25} \right)$

## Soal *Post-Test* Matematika

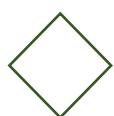
### (Turunan Fungsi Aljabar)

#### Petunjuk:

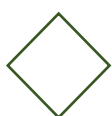
1. Berdoalah sebelum mengerjakan soal ujian ini
2. Tuliskan nama, kelas, dan nomor absen dalam lembar jawab
3. Tuliskan kalimat berikut dalam lembar jawab kalian **“Saya mengerjakan ujian ini dengan jujur dan berdasarkan kemampuan saya sendiri, serta tidak menerima bantuan dari pihak lain”**
4. Ujian ini terdiri dari 10 soal uraian.
5. Kerjakan di buku tulis/kertas HVS/kertas folio
6. Kerjakan semua soal secara mandiri dengan waktu yang tersedia adalah 90 menit.
7. **Pilihlah salah satu tingkat kesulitan** dalam soal dengan mencentang ( $\checkmark$ ) pada bagian yang telah disediakan atau menuliskan pilihan pada lembar jawab kalian
8. Semangat belajar dan percayalah pada kemampuan kalian sendiri bahwa kalian bisa untuk mengerjakan.
9. Kirimkan hasil jawaban kalian ke email berikut: [wahyuni.eka.m9@gmail.com](mailto:wahyuni.eka.m9@gmail.com)

1. Tentukan turunan pertama fungsi aljabar berikut, dengan menggunakan cara definisi. (*Skor 20*)
- $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$
  - $f(x) = -6x^2 - 9x$

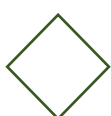
Isilah dengan mencentang (✓) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



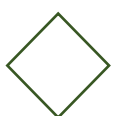
Sangat-sangat mudah



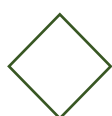
Sangat mudah



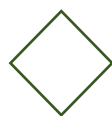
Mudah



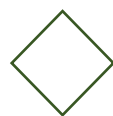
Agak mudah



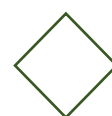
Tidak mudah atau tidak sulit



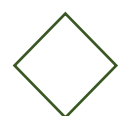
Agak sulit



Sulit



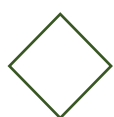
Sangat sulit



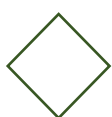
Sangat-sangat sulit

2. Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = -7x^3 + 18x - 9$  di  $x = 5$  menggunakan cara definisi. (Skor 10)

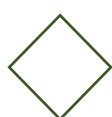
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



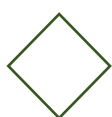
Sangat-sangat mudah



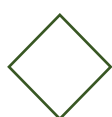
Sangat mudah



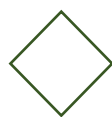
Mudah



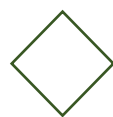
Agak mudah



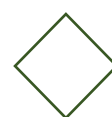
Tidak mudah atau tidak sulit



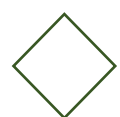
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

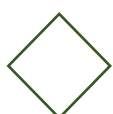


3. Pasangkanlah sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai untuk mencari turunan pertama fungsi yang disajikan dengan menjodohkan anggota dalam kedua tabel berikut. (Skor 10)

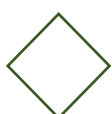
Contoh fungsi aljabar	
1.	$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + 5x^{\frac{1}{2}}$
2.	$f(x) = -\frac{1}{4}x^6$
3.	$f(x) = 3x^3 - 7x^{-2}$
4.	$f(x) = 4x(2x^5 + 4x^2 - 8)$
5.	$f(x) = \frac{(15x^5 - 3x^2 + 4)}{(2x^3 + 5x)}$

Sifat-sifat turunan fungsi aljabar	
a.	$f'(x) = u'(x) - v'(x)$
b.	$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$
c.	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
d.	$f'(x) = anx^{n-1}$
e.	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

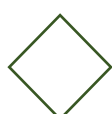
Isilah dengan mencentang (✓) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



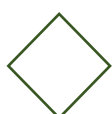
Sangat-sangat mudah



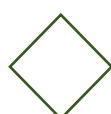
Sangat mudah



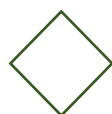
Mudah



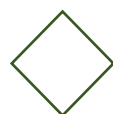
Agak mudah



Tidak mudah atau tidak sulit



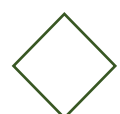
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



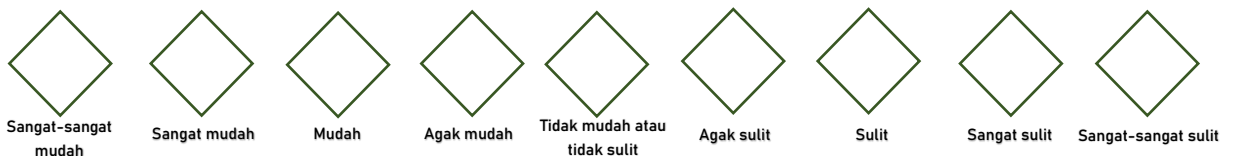
Sangat-sangat sulit

4. Pasangkanlah contoh fungsi aljabar yang sesuai berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan menjodohkan anggota dalam kedua tabel berikut. (Skor 10)

Sifat-sifat turunan fungsi aljabar	
1.	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
2.	$f'(x) = u'(x) - v'(x)$
3.	$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$
4.	$f'(x) = anx^{n-1}$
5.	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Contoh fungsi aljabar	
a.	$f(x) = 8x^{-\frac{3}{5}}$
b.	$f(x) = (5x^3 - 3x)(4x^2 - 8x + 2)$
c.	$f(x) = 1\frac{2}{5}x^7 - \frac{1}{2}x^3$
d.	$f(x) = 5x^3 + \frac{2}{7}x$
e.	$f(x) = \frac{3x^5 + 6x^{-\frac{2}{3}}}{-2x^3}$

Isilah dengan mencentang (✓) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

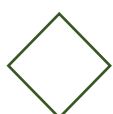


5. Tentukan turunan pertama fungsi aljabar berikut, dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi. (Skor 20)

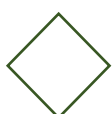
a.  $f(x) = \frac{3x^4 - 4x^2 + 6x}{x^2 - 5}$

b.  $f(x) = -8x^4 + 3x^3 - 5x^{\frac{3}{5}} + 9x^{-\frac{1}{2}} - 12$

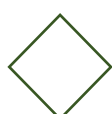
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



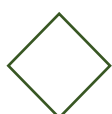
Sangat-sangat mudah



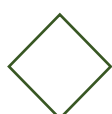
Sangat mudah



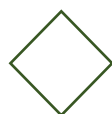
Mudah



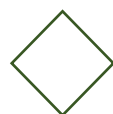
Agak mudah



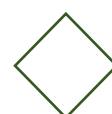
Tidak mudah atau tidak sulit



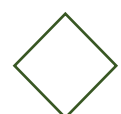
Agak sulit



Sulit



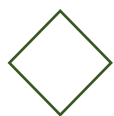
Sangat sulit



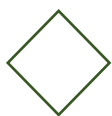
Sangat-sangat sulit

6. Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = (8x - 3)^4$  dengan menggunakan aturan dalil rantai. (Skor 10)

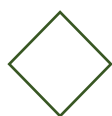
Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



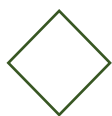
Sangat-sangat mudah



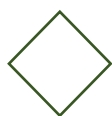
Sangat mudah



Mudah



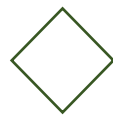
Agak mudah



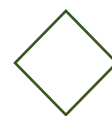
Tidak mudah atau tidak sulit



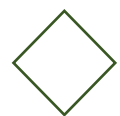
Agak sulit



Sulit

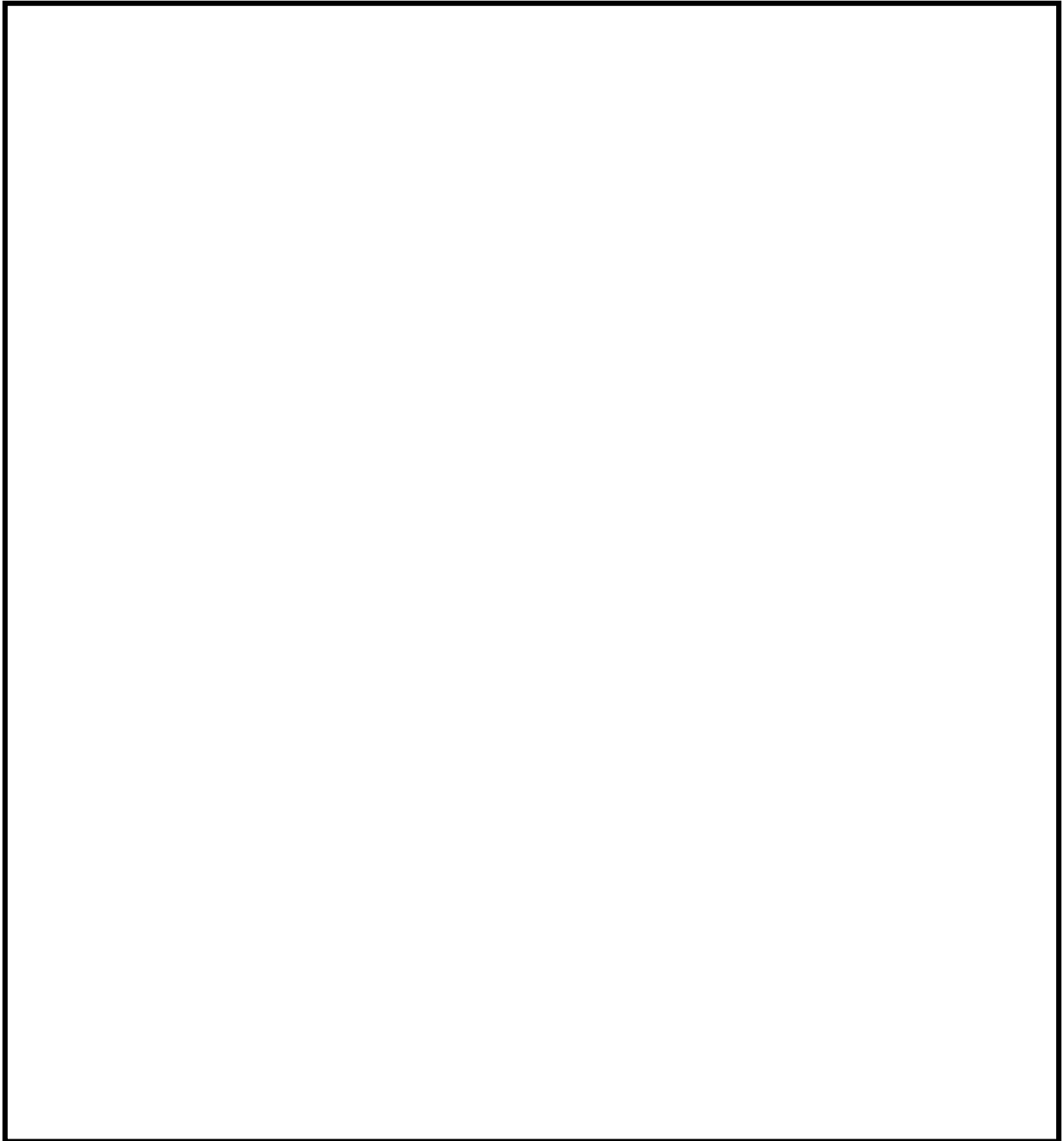


Sangat sulit

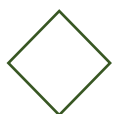


Sangat-sangat sulit

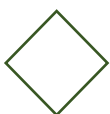
7. Diketahui fungsi  $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ . Buatlah grafik fungsi tersebut dan grafik turunan pertama fungsi aljabar tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama. (*Skor 10*)



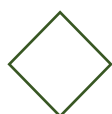
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



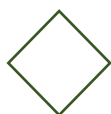
Sangat-sangat mudah



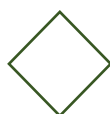
Sangat mudah



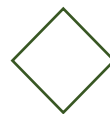
Mudah



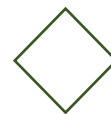
Agak mudah



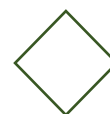
Tidak mudah atau tidak sulit



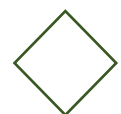
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

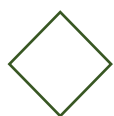
8. Buatlah sebuah contoh soal fungsi aljabar serta solusi untuk mencari turunan pertama fungsi tersebut berdasarkan salah satu sifat dalam turunan fungsi aljabar yang sudah kalian pahami. (*Skor 10*)  
[Catatan: contoh soal yang dibuat merupakan asli dari pemikiran kalian sendiri]

Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

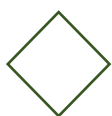
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sangat-sangat mudah	Sangat mudah	Mudah	Agak mudah	Tidak mudah atau tidak sulit	Agak sulit	Sulit	Sangat sulit	Sangat-sangat sulit

9. Diketahui fungsi  $f(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + 8$ . Jika  $f'(4) = -19$  dan  $f'(7) = -94$ , maka tentukan nilai  $a + 3b^2$ . (**Skor 10**) [Petunjuk: Boleh menggunakan kalkulator jika diperlukan]

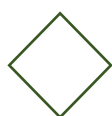
Isilah dengan mencentang ( $\surd$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:



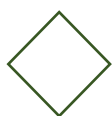
Sangat-sangat mudah



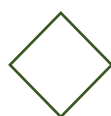
Sangat mudah



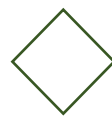
Mudah



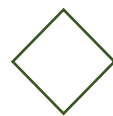
Agak mudah



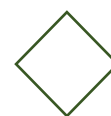
Tidak mudah atau tidak sulit



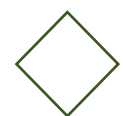
Agak sulit



Sulit



Sangat sulit



Sangat-sangat sulit

10. Diketahui  $f(x) = 2x^5 - x^3 + 2x$  dan  $g(x) = x^5 - 2x^4 + x - 3$ .  
Jika  $p(x) = f'(x) - g'(x)$ , maka tentukan  $p''(x)$ . (Skor 10)

Isilah dengan mencentang ( $\checkmark$ ) skala kesulitan soal berikut, menurut pendapat Anda:

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Sangat-sangat mudah	Sangat mudah	Mudah	Agak mudah	Tidak mudah atau tidak sulit	Agak sulit	Sulit	Sangat sulit	Sangat-sangat sulit

===== Selamat Mengerjakan, Semoga SUKSES ^\_^ =====





# **KUNCI JAWABAN**



## Kunci Jawaban LKPD

### Halaman 46 dan 132 (Ingatkah kalian dengan limit?)

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x(x-1)}{(x+7)(x-1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x}{x+7} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1)}{1+7} \\ &= \frac{3}{8}\end{aligned}$$

Jadi, nilai  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3x}{x^2 + 6x - 7}$  adalah  $\frac{3}{8}$

### Halaman 46 dan 132 (Penerapan)

Penerapan turunan dalam kehidupan sehari-hari:

1. Menemukan gradien garis singgung di sebuah titik pada suatu kurva yang diketahui.
2. Menentukan kecepatan sesaat sebuah partikel yang bergerak sepanjang garis lurus dengan laju yang berubah.
3. Seorang pembalap ingin mengetahui kecepatannya pada suatu waktu tertentu.
4. Berapa tinggi maksimum dari bola yang dilempar.

### Halaman 49 dan 135 (Latihan 1)

a.  $f(x) = 2x - 4$

Diketahui  $f(x) = 2x - 4$ , maka  $f(x + h) = 2(x + h) - 4$

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(x+h) - 4] - [2x - 4]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2x + 2h - 4] - [2x - 4]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2x + 2h - 4 - 2x + 4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2 \\ &= 2\end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 2x - 4$  adalah  $f'(x) = 2$

$$\text{b. } f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$$

Diketahui  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ , maka  $f(x + h) = (x + h)^3 - 2(x + h)^2 + 3(x + h) - 4$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^3 - 2(x+h)^2 + 3(x+h) - 4] - [x^3 - 2x^2 + 3x - 4]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 2x^2 - 4xh - 2h^2 + 3x + 3h - 4] - [x^3 - 2x^2 + 3x - 4]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 2x^2 - 4xh - 2h^2 + 3x + 3h - 4 - x^3 + 2x^2 - 3x + 4}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3 - 4xh - 2h^2 + 3h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 3x^2 + 3xh + h^2 - 4x - 2h + 3 \\ &= 3x^2 - 4x + 3 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$  adalah  $f'(x) = 3x^2 - 4x + 3$

Halaman 50 dan 136 (Apa yang dapat kalian simpulkan?)

Turunan fungsi aljabar merupakan materi lanjutan dari limit fungsi aljabar. Materi limit dan turunan berkaitan erat dan saling berhubungan. Mempelajari materi turunan fungsi aljabar, ternyata memiliki banyak manfaat dalam kehidupan sehari-hari. Turunan fungsi aljabar dapat ditentukan dengan cara definisi yang menggunakan pengetahuan tentang pemfaktoran fungsi aljabar dan perhitungan matematis yang runtut.

Halaman 51 dan 137 (Latihan soal dulu yukss...)

$$\text{a. } f(x) = 7x - 9$$

Diketahui  $f(x) = 7x - 9$ , maka  $f(x + h) = 7(x + h) - 9$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[7(x+h) - 9] - [7x - 9]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[7x + 7h - 9] - [7x - 9]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7x + 7h - 9 - 7x + 9}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{7h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 7 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 7x - 9$  adalah  $f'(x) = 7$

$$\text{b. } f(x) = 5x^2 - 3x + 6$$

Diketahui  $f(x) = 5x^2 - 3x + 6$ , maka  $f(x + h) = 5(x + h)^2 - 3(x + h) + 6$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[5(x+h)^2 - 3(x+h) + 6] - [5x^2 - 3x + 6]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[5x^2 + 10xh + 5h^2 - 3x - 3h + 6] - [5x^2 - 3x + 6]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5x^2 + 10xh + 5h^2 - 3x - 3h + 6 - 5x^2 + 3x - 6}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{10xh + 5h^2 - 3h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 10x + 5h - 3 \\ &= 10x - 3 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 5x^2 - 3x + 6$  adalah  $f'(x) = 10x - 3$

$$\text{c. } f(x) = 3x^3 - 2x$$

Diketahui  $f(x) = 3x^3 - 2x$ , maka  $f(x + h) = 3(x + h)^3 - 2(x + h)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h)^3 - 2(x+h)] - [3x^3 - 2x]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3x^3 + 9x^2h + 9xh^2 + 3h^3 - 2x - 2h] - [3x^3 - 2x]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^3 + 9x^2h + 9xh^2 + 3h^3 - 2x - 2h - 3x^3 + 2x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9x^2h + 9xh^2 + 3h^3 - 2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 9x^2 + 9xh + 3h^2 - 2 \\ &= 9x^2 - 2 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = 3x^3 - 2x$  adalah  $f'(x) = 9x^2 - 2$

Halaman 56 dan 142 (Latihan 1)

a.  $f(x) = 7x^{-4}$

Menggunakan sifat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$a = 7$$

$$n = -4$$

$$n - 1 = -4 - 1 = -5$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= anx^{n-1} \\ &= 7 \cdot (-4)x^{-5} \\ &= -28x^{-5} \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = -28x^{-5}$

b.  $f(x) = 6x^{-\frac{1}{2}}$

Menggunakan sifat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$a = 6$$

$$n = -\frac{1}{2}$$

$$n - 1 = -\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= anx^{n-1} \\ &= 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}} \\ &= -3x^{-\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = -3x^{-\frac{3}{2}}$

Halaman 58 dan 144 (Latihan 2)

a.  $f(x) = 4x^2 + \frac{1}{2}x$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Misalkan  $u(x) = 4x^2$        $v(x) = \frac{1}{2}x$   
 $u'(x) = 8x$                $v'(x) = \frac{1}{2}$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$   
 $= 8x + \frac{1}{2}$

Jadi,  $f'(x) = 8x + \frac{1}{2}$

b.  $f(x) = \frac{2}{3}x^{-3} + x^2$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Misalkan  $u(x) = \frac{2}{3}x^{-3}$        $v(x) = x^2$   
 $u'(x) = -2x^{-4}$        $v'(x) = 2x$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$   
 $= -2x^{-4} + 2x$

Jadi,  $f'(x) = -2x^{-4} + 2x$

Halaman 60 dan 146 (Latihan 3)

a.  $f(x) = \frac{4}{5}x^2 - 2x$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

Misalkan  $u(x) = \frac{4}{5}x^2$        $v(x) = 2x$   
 $u'(x) = \frac{8}{5}x$        $v'(x) = 2$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$= \frac{8}{5}x - 2$$

Jadi,  $f'(x) = \frac{8}{5}x - 2$  atau  $f'(x) = 1\frac{3}{5}x - 2$

b.  $f(x) = x^{-3} - 4x^2$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

Misalkan  $u(x) = x^{-3}$        $v(x) = 4x^2$   
 $u'(x) = -3x^{-4}$        $v'(x) = 8x$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$= -3x^{-4} - 8x$$

Jadi,  $f'(x) = -3x^{-4} - 8x$

Halaman 62 dan 148 (Latihan 4)

a.  $f(x) = (3x^2 + 4)(4x - 2)$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Misalkan  $u(x) = 3x^2 + 4$        $v(x) = 4x - 2$   
 $u'(x) = 6x$        $v'(x) = 4$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$   
 $= 6x \cdot [4x - 2] + [3x^2 + 4] \cdot [4]$   
 $= [24x^2 - 12x] + [12x^2 + 16]$   
 $= 36x^2 - 12x + 16$

Jadi,  $f'(x) = 36x^2 - 12x + 16$

$$\text{b. } f(x) = (x^2 - 3x + 1)12x^3$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

$$\begin{array}{ll} \text{Misalkan} & u(x) = x^2 - 3x + 1 \quad v(x) = 12x^3 \\ & u'(x) = 2x - 3 \quad v'(x) = 36x^2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga,} \quad f'(x) &= u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) \\ &= [2x - 3] \cdot [12x^3] + [x^2 - 3x + 1] \cdot [36x^2] \\ &= [24x^4 - 36x^3] + [36x^4 - 108x^3 + 36x^2] \\ &= 60x^4 - 144x^3 + 36x^2 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = 60x^4 - 144x^3 + 36x^2$$

### Halaman 64 dan 150 (Latihan 5)

$$\text{a. } f(x) = \frac{x^2 - 3x}{2x - 1}$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

$$\begin{array}{ll} \text{Misalkan} & u(x) = x^2 - 3x \quad v(x) = 2x - 1 \\ & u'(x) = 2x - 3 \quad v'(x) = 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga,} \quad f'(x) &= \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2} \\ &= \frac{[2x - 3] \cdot [2x - 1] - [x^2 - 3x] \cdot [2]}{[2x - 1]^2} \\ &= \frac{[4x^2 - 8x + 3] - [2x^2 - 6x]}{[2x - 1]^2} \\ &= \frac{4x^2 - 8x + 3 - 2x^2 + 6x}{[2x - 1]^2} \\ &= \frac{2x^2 - 2x + 3}{[2x - 1]^2} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = \frac{2x^2 - 2x + 3}{[2x - 1]^2}$$

$$b. f(x) = \frac{3x-4}{x+2}$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

$$\begin{array}{ll} \text{Misalkan} & u(x) = 3x - 4 & v(x) = x + 2 \\ & u'(x) = 3 & v'(x) = 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga,} \quad f'(x) &= \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2} \\ &= \frac{[3] \cdot [x+2] - [3x-4] \cdot [1]}{[x+2]^2} \\ &= \frac{[3x+6] - [3x-4]}{[x+2]^2} \\ &= \frac{3x+6-3x+4}{[x+2]^2} \\ &= \frac{10}{[x+2]^2} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = \frac{10}{[x+2]^2}$$

### Halaman 66 dan 152 (Latihan 6)

$$a. f(x) = (3x^2 - x + 4)^7$$

Diketahui  $f(x) = (3x^2 - x + 4)^7$

Misalkan  $u(x) = 3x^2 - x + 4$ , sehingga  $f(u) = [u(x)]^7$

$$\begin{array}{ll} f(u) = [u(x)]^7 & u(x) = 3x^2 - x + 4 \\ f'(u) = \frac{df}{du} = 7[u(x)]^6 & u'(x) = \frac{du}{dx} = 6x - 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 7[u(x)]^6 \cdot 6x - 1, \text{ substitusikan } u(x) \text{ ke bentuk semula} \\ &= 7(3x^2 - x + 4)^6 \cdot (6x - 1) \\ &= 7(6x - 1)(3x^2 - x + 4)^6 \\ &= (42x - 7)(3x^2 - x + 4)^6 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = (42x - 7)(3x^2 - x + 4)^6$$



b.  $f(x) = (12x^3)^{-3}$

Diketahui  $f(x) = (12x^3)^{-3}$

Misalkan  $u(x) = 12x^3$ , sehingga  $f(u) = [u(x)]^{-3}$

$$f(u) = [u(x)]^{-3} \qquad u(x) = 12x^3$$

$$f'(u) = \frac{df}{du} = -3[u(x)]^{-4} \qquad u'(x) = \frac{du}{dx} = 36x^2$$

$$\begin{aligned} \frac{df}{dx} &= \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= -3[u(x)]^{-4} \cdot 36x^2, \text{ substitusikan } u(x) \text{ ke bentuk semula} \\ &= -3(12x^3)^{-4} \cdot 36x^2 \\ &= -3(36x^2)(12x^3)^{-4} \\ &= -108x^2(12x^3)^{-4} \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = -108x^2(12x^3)^{-4}$

**Halaman 67 dan 153 (Apa saja sifat-sifat turunan fungsi aljabar?)**

Diketahui  $f(x) = x^2 - 9x + 1$ , maka  $f(x+h) = (x+h)^2 - 9(x+h) + 1$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^2 - 9(x+h) + 1] - [x^2 - 9x + 1]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[x^2 + 2xh + h^2 - 9x - 9h + 1] - [x^2 - 9x + 1]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - 9x - 9h + 1 - x^2 + 9x - 1}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2 - 9h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 2x + h - 9 \\ &= 2x - 9 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = x^2 - 9x + 1$  adalah  $f'(x) = 2x - 9$

**Halaman 68 dan 154 (Manfaat turunan kedua fungsi aljabar)**

1. Menentukan titik belok,
2. Menentukan kecekungan suatu grafik, dan
3. Membuat sketsa grafik turunan kedua fungsi.

a.  $f(x) = x^3 + 5x^2$

$f(x) = x^3 + 5x^2$	$f(x+h) = (x+h)^3 + 5(x+h)^2$
$f'(x) = 3x^2 + 10x$	$f'(x+h) = 3(x+h)^2 + 10(x+h)$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3(x+h)^2 + 10(x+h)] - [3x^2 + 10x]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[3x^2 + 6xh + 3h^2 + 10x + 10h] - [3x^2 + 10x]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 6xh + 3h^2 + 10x + 10h - 3x^2 - 10x}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{6xh + 3h^2 + 10h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(6x + 3h + 10)h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} 6x + 3h + 10, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\
 &= 6x + 10
 \end{aligned}$$

Jadi,  $f''(x) = 6x + 10$

b.  $f(x) = 7x^2 - 3x + 9$

$f(x) = 7x^2 - 3x + 9$	$f(x+h) = 7(x+h)^2 - 3(x+h) + 9$
$f'(x) = 14x - 3$	$f'(x+h) = 14(x+h) - 3$

$$\begin{aligned}
 f''(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[14(x+h) - 3] - [14x - 3]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[14x + 14h - 3] - [14x - 3]}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{14x + 14h - 3 - 14x + 3}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{14h}{h} \\
 &= \lim_{h \rightarrow 0} 14, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\
 &= 14
 \end{aligned}$$

Jadi,  $f''(x) = 14$

Halaman 72 dan 158 (Latihan 8)

a.  $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 5x$

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 4x^2 + 5x$ , menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$f'(x) = \frac{3}{2}x^2 - 8x + 5$  (turunan pertama)

$f''(x) = 3x - 8$  (turunan kedua)

Jadi,  $f''(x) = 3x - 8$

b.  $f(x) = 2x(4x - 5)$

$f(x) = 2x(4x - 5)$ , menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

$f'(x) = 2 \cdot (4x - 5) + 4 \cdot 2x$  (turunan pertama)

$= 8x - 10 + 8x$

$= 16x - 10$

$f''(x) = 16$  (turunan kedua)

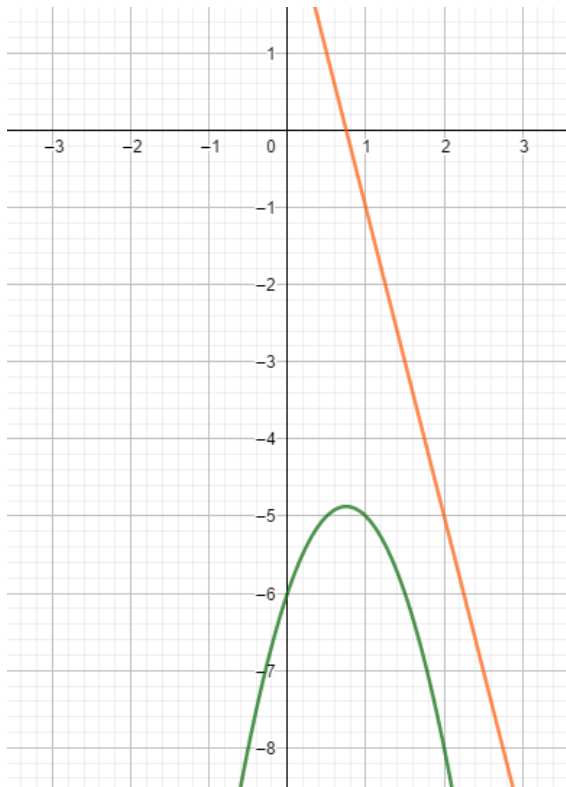
Jadi,  $f''(x) = 16$

Halaman 75 dan 161 (Latihan 9)

a.  $f(x) = -2x^2 + 3x - 6$

$f(x) = -2x^2 + 3x - 6$ , maka  $f'(x) = -4x + 3$

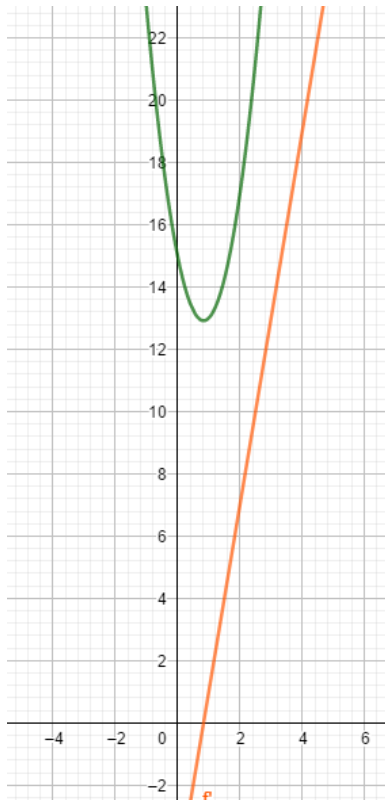
Gambar grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama, yaitu



b.  $f(x) = 3x^2 - 5x + 15$

$f(x) = 3x^2 - 5x + 15$ , maka  $f'(x) = 6x - 5$

Gambar grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama, yaitu



Halaman 77 dan 163 (Latihan 10)

a.  $f(x) = -5x^2 + x - 7$  di  $x = -3$

Diketahui  $f(x) = -5x^2 + x - 7 = -5(-3)^2 + (-3) - 7$ ,

maka  $f(x + h) = -5(x + h)^2 + (x + h) - 7 = -5(-3 + h)^2 + (-3 + h) - 7$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-5(-3+h)^2 + (-3+h) - 7] - [-5(-3)^2 + (-3) - 7]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-55 + 31h - 5h^2] - [-55]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{31h - 5h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 31 - 5h, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= 31 \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = 31$

b.  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$  di  $x = 7$

Diketahui  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4 = (7)^3 - 2(7)^2 + 4$ ,

maka  $f(x+h) = (x+h)^3 - 2(x+h)^2 + 4 = (7+h)^3 - 2(7+h)^2 + 4$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(7+h)^3 - 2(7+h)^2 + 4] - [(7)^3 - 2(7)^2 + 4]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[343 + 147h + 21h^2 + h^3 - 98 - 28h - 2h^2 + 4] - [249]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[249 + 119h + 19h^2 + h^3] - [249]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{119h + 19h^2 + h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 119 + 19h + h^2, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= 119 \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = 119$

Halaman 79 dan 165 (Latihan 11)

$f(x) = 3x^4 - 6x^2$  dan  $g(x) = 8x^3 - 7x$

$$\begin{aligned} q(x) &= f(x) + g(x) \\ &= [3x^4 - 6x^2] + [8x^3 - 7x] \\ &= 3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 7x \end{aligned}$$

$q'(x) = 12x^3 + 24x^2 - 12x - 7$

$q''(x) = 36x^2 + 48x - 12$

Jadi,  $q''(x) = 36x^2 + 48x - 12$

Halaman 81 dan 167 (Latihan 12)

$$f(x) = \frac{3}{2}x^6 - 2x^3 + 11 \text{ dan } g(x) = -7x^4 + 5x^2 - 13$$

$$\begin{aligned}r(x) &= f'(x) - g'(x) \\ &= [9x^5 - 6x^2] - [-28x^3 + 10x] \\ &= 9x^5 + 28x^3 - 6x^2 - 10x\end{aligned}$$

$$r'(x) = 45x^4 + 84x^2 - 12x - 10$$

$$\text{Jadi, } r'(x) = 45x^4 + 84x^2 - 12x - 10$$

Halaman 83 dan 169 (Latihan 13)

$$f(x) = hx^4 - x^2 + kx - 6$$

Menggunakan sifat

$$f'(x) = anx^{n-1}$$

$$f'(x) = 4hx^3 - 2x + k$$

Untuk  $x = -2$ , diperoleh

$$f'(-2) = 4h(-2)^3 - 2(-2) + k$$

$$8 = -32h + 4 + k$$

$$4 = -32h + k$$

Untuk  $x = 1$ , diperoleh

$$f'(1) = 4h(1)^3 - 2(1) + k$$

$$2 = 4h - 2 + k$$

$$4 = 4h + k$$

Dengan menggunakan eliminasi dan substitusi diperoleh,

$$\begin{array}{r}4 = -32h + k \quad | \times 1 \\ 4 = 4h + k \quad | \times 1 \\ \hline -36h = 0 \\ h = 0\end{array}$$

Karena  $h = 0$ , maka substitusi ke salah satu persamaan diperoleh,

$$4 = -32(0) + k$$

$$4 = k$$

Jadi,

$$\text{nilai } 6h^3 - 2\frac{2}{7}k = 6(0)^3 - 2\frac{2}{7}(4)$$

$$= 0 - \frac{16}{7}(4)$$

$$= -\frac{64}{7}$$

Halaman 84 dan 170 (Apa yang dapat kalian simpulkan?)

Turunan fungsi aljabar tidak hanya dapat ditentukan menggunakan cara definisi, tetapi juga bisa menggunakan cara sifat-sifat turunan fungsi aljabar. Selain itu, juga terdapat turunan kedua fungsi aljabar menggunakan cara definisi dan sifat-sifat turunan fungsi aljabar. Manfaat turunan kedua turunan fungsi aljabar yaitu menentukan titik belok, menentukan kecekungan suatu grafik, dan membuat sketsa grafik turunan kedua fungsi.

Soal 1

a.  $f(x) = 6x^7$

Menggunakan sifat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$a = 6$$

$$n = 7$$

$$n - 1 = 7 - 1 = 6$$

$$f'(x) = anx^{n-1}$$

$$= 6 \cdot (7)x^6$$

$$= 42x^6$$

Jadi,  $f'(x) = 42x^6$

b.  $f(x) = 4x^3 + 5x^{\frac{1}{2}}$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Misalkan

$$u(x) = 4x^3 \qquad v(x) = 5x^{\frac{1}{2}}$$

$$u'(x) = 12x^2 \qquad v'(x) = \frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) + v'(x)$

$$= 12x^2 + \frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

Jadi,  $f'(x) = 12x^2 + \frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

c.  $f(x) = 3x^2 - 7x^{\frac{2}{7}}$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

Misalkan

$$u(x) = 3x^2 \qquad v(x) = 7x^{\frac{2}{7}}$$

$$u'(x) = 6x \qquad v'(x) = 2x^{-\frac{5}{7}}$$

Sehingga,  $f'(x) = u'(x) - v'(x)$

$$= 6x - 2x^{-\frac{5}{7}}$$

Jadi,  $f'(x) = 6x - 2x^{-\frac{5}{7}}$

$$d. f(x) = 2x^4 - 6x^3 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{4}x^{-2}$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$a = 2$$

$$a = -6$$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{3}{4}$$

$$n = 4$$

$$n = 3$$

$$n = 1$$

$$n = -2$$

$$n - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$n - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$n - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$n - 1 = -2 - 1 = -3$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= anx^{n-1} \\ &= 2 \cdot (4)x^3 \\ &= 8x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= anx^{n-1} \\ &= -6 \cdot (3)x^2 \\ &= -18x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= anx^{n-1} \\ &= \frac{1}{2} \cdot (1)x^0 \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= anx^{n-1} \\ &= -\frac{3}{4} \cdot (-2)x^{-3} \\ &= \frac{3}{2}x^{-3} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = 8x^3 - 18x^2 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2}x^{-3}$$

$$e. f(x) = (3x - 5)2x^5$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

$$\begin{array}{ll} \text{Misalkan} & u(x) = 3x - 5 & v(x) = 2x^5 \\ & u'(x) = 3 & v'(x) = 10x^4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) \\ &= 3 \cdot [2x^5] + [3x - 5] \cdot [10x^4] \\ &= [6x^5] + [30x^5 - 50x^4] \\ &= 36x^5 - 50x^4 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = 36x^5 - 50x^4$$

$$f. f(x) = \frac{4x^2 - 5x}{3x}$$

Menggunakan sifat  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

$$\begin{array}{ll} \text{Misalkan} & u(x) = 4x^2 - 5x & v(x) = 3x \\ & u'(x) = 8x - 5 & v'(x) = 3 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2} \\ &= \frac{[8x - 5] \cdot [3x] - [4x^2 - 5x] \cdot [3]}{[3x]^2} \\ &= \frac{[24x^2 - 15x] - [12x^2 - 15x]}{[3x]^2} \\ &= \frac{24x^2 - 15x - 12x^2 + 15x}{[3x]^2} \\ &= \frac{12x^2}{[3x]^2} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } f'(x) = \frac{12x^2}{[3x]^2}$$



$$g. f(x) = (2x^4 - 3x^3 + 5x)^8$$

$$u(x)$$

Diketahui  $f(x) = (2x^4 - 3x^3 + 5x)^8$

Misalkan  $u(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x$ , sehingga  $f(u) = [u(x)]^8$

$$f(u) = [u(x)]^8$$

$$u(x) = 2x^4 - 3x^3 + 5x$$

$$f'(u) = \frac{df}{du} = 8[u(x)]^7$$

$$u'(x) = \frac{du}{dx} = 8x^3 - 9x^2 + 5$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= 8[u(x)]^7 \cdot 8x^3 - 9x^2 + 5, \text{ substitusikan } u(x) \text{ ke bentuk semula}$$

$$= 8(2x^4 - 3x^3 + 5x)^7 \cdot (8x^3 - 9x^2 + 5)$$

$$= 8(8x^3 - 9x^2 + 5)(2x^4 - 3x^3 + 5x)^7$$

$$= (64x^3 - 72x^2 + 40)(2x^4 - 3x^3 + 5x)^7$$

Jadi,  $f'(x) = (64x^3 - 72x^2 + 40)(2x^4 - 3x^3 + 5x)^7$

### Soal 2

a. menggunakan **definisi**

$f(x) = -3x^3 + 7x^2 - 8x$	$f(x+h) = -3(x+h)^3 + 7(x+h)^2 - 8(x+h)$
$f'(x) = -9x^2 + 14x - 8$	$f'(x+h) = -9(x+h)^2 + 14(x+h) - 8$

$$\begin{aligned} f''(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-9(x+h)^2 + 14(x+h) - 8] - [-9x^2 + 14x - 8]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-9x^2 - 18xh - 9h^2 + 14x + 14h - 8] - [-9x^2 + 14x - 8]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-9x^2 - 18xh - 9h^2 + 14x + 14h - 8 + 9x^2 - 14x + 8}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-18xh - 9h^2 + 14h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} -18x - 9h + 14, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= -18x + 14 \end{aligned}$$

Jadi,  $f''(x) = -18x + 14$

b. menggunakan **sifat-sifat turunan fungsi aljabar**

$f(x) = -3x^3 + 7x^2 - 8x$ , menggunakan sifat  $f'(x) = anx^{n-1}$

$f'(x) = -9x^2 + 14x - 8$  (turunan pertama)

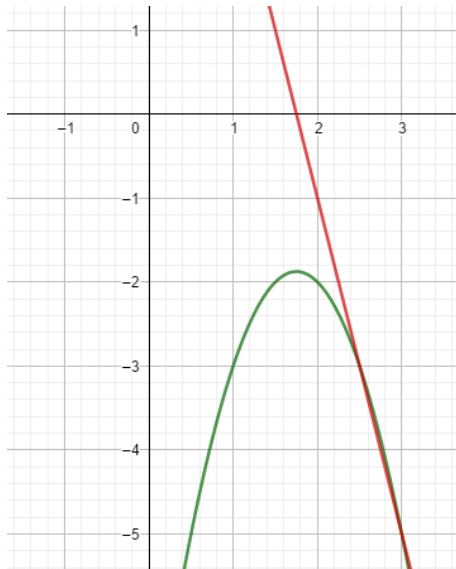
$f''(x) = -18x + 14$  (turunan kedua)

Jadi,  $f''(x) = -18x + 14$

### Soal 3

$$f(x) = -2x^2 + 7x - 8, \text{ maka } f'(x) = -4x + 7$$

Gambar grafik fungsi aljabar dan grafik turunan pertama fungsi tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama, yaitu



### Soal 4

Diketahui  $f(x) = 5x^3 - 4x = 5(-2)^3 - 4(-2)$ ,

maka  $f(x+h) = 5(x+h)^3 - 4(x+h) = 5(-2+h)^3 - 4(-2+h)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[5(-2+h)^3 - 4(-2+h)] - [5(-2)^3 - 4(-2)]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-40 + 60h - 30h^2 + 5h^3 + 8 - 4h] - [-40 + 8]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-32 + 56h - 30h^2 + 5h^3] - [-32]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{56h - 30h^2 + 5h^3}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} 56 - 30h + 5h^2, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Jadi,  $f'(x) = 56$

### Soal 5

$$f(x) = -x^3 - 3x - 2 \text{ dan } g(x) = -4x^2 - 7x$$

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

$$= [-x^3 - 3x - 2] + [-4x^2 - 7x]$$

$$= -x^3 - 4x^2 - 10x - 2$$

$$h'(x) = -3x^2 - 8x - 10$$

$$h''(x) = -6x - 8$$

$$\text{Jadi, } h''(x) = -6x - 8$$

### Soal 6

$$f(x) = 6x^3 - 5x + 3 \text{ dan } g(x) = x^3 - 12x^2 + 18x$$

$$s(x) = f'(x) - g'(x)$$

$$= [18x^2 - 5] - [3x^2 - 24x + 18]$$

$$= 15x^2 + 24x - 23$$

$$s'(x) = 15x + 24$$

$$\text{Jadi, } s'(x) = 15x + 24$$

## Kunci Jawaban Tes Matematika

No.	Pembahasan
<b>Pre-Test</b>	
1.	<p>Tuliskan 4 sifat-sifat limit yang sudah kalian pelajari. (<i>Skor 10</i>)</p> <p><b>Jawab:</b> <b>Pembahasan</b></p> <p>a. <math>\lim_{x \rightarrow c} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) + \lim_{x \rightarrow c} g(x)</math></p> <p>b. <math>\lim_{x \rightarrow c} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) - \lim_{x \rightarrow c} g(x)</math></p> <p>c. <math>\lim_{x \rightarrow c} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow c} f(x) \times \lim_{x \rightarrow c} g(x)</math></p> <p>d. <math>\lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow c} f(x)}{\lim_{x \rightarrow c} g(x)}</math></p>
2.	<p>Tentukan nilai limit berikut. (<i>Skor 20</i>)</p> <p>a. <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 6x - 4}{4x - 8}</math></p> <p>b. <math>\lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{x+5} + \frac{30}{x^2 - 25} \right)</math></p> <p><b>Jawab:</b> <b>Pembahasan</b></p> <p>a.</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 6x - 4}{4x - 8}$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 6x - 4}{4x - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4x+2)(x-2)}{4(x-2)}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4x+2)}{4}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(4(2)+2)}{4}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{10}{4}$ $= \frac{10}{4}$ $= 2 \frac{1}{2}$ <p>Jadi, nilai <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 6x - 4}{4x - 8}</math> adalah <math>2 \frac{1}{2}</math></p>

$$\begin{aligned}
\text{b. } \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{x+5} + \frac{30}{x^2-25} \right) \\
\lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{x+5} + \frac{30}{x^2-25} \right) &= \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3(x-5)+30}{(x-5)(x+5)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3x-15+30}{(x-5)(x+5)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3x+15}{(x-5)(x+5)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3(x+5)}{(x-5)(x+5)} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{x-5} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{-5-5} \right) \\
&= \lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{-10} \right) \\
&= -\frac{3}{10}
\end{aligned}$$

Jadi, nilai  $\lim_{x \rightarrow -5} \left( \frac{3}{x+5} + \frac{30}{x^2-25} \right)$  adalah  $-\frac{3}{10}$

### Post-Test

1. Tentukan turunan pertama fungsi aljabar berikut, dengan menggunakan cara definisi. (*Skor 20*)

a.  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$   
b.  $f(x) = -6x^2 - 9x$

**Jawab:**

**Pembahasan**

a.  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$   
Diketahui  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$ ,  
maka  $f(x+h) = (x+h)^3 + 2(x+h)^2 - (x+h)$

$$\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^3+2(x+h)^2-(x+h)]-[x^3+2x^2-x]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x^3+3x^2h+3xh^2+h^3)+2(x^2+2xh+h^2)-(x+h)]-[x^3+2x^2-x]}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3+3x^2h+3xh^2+h^3+2x^2+4xh+2h^2-x-h-x^3-2x^2+x}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h+3xh^2+h^3+4xh+2h^2-h}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3x^2+3xh+h^2+4x+2h-1)h}{h} \\
&= \lim_{h \rightarrow 0} 3x^2 + 3xh + h^2 + 4x + 2h - 1, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\
&= 3x^2 + 4x - 1
\end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x$  adalah  $f'(x) = 3x^2 + 4x - 1$

b.  $f(x) = -6x^2 - 9x$   
 Diketahui  $f(x) = -6x^2 - 9x$ ,  
 maka  $f(x + h) = -6(x + h)^2 - 9(x + h)$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-6(x+h)^2 - 9(x+h)] - [-6x^2 - 9x]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-6x^2 - 12xh - 6h^2 - 9x - 9h] - [-6x^2 - 9x]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-6x^2 - 12xh - 6h^2 - 9x - 9h + 6x^2 + 9x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-12xh - 6h^2 - 9h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-12x - 6h - 9)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} -12x - 6h - 9, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= -12x - 9 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = -6x^2 - 9x$  adalah  $f'(x) = -12x - 9$

2. Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = -7x^3 + 18x - 9$  di  $x = 5$  menggunakan cara definisi. (Skor 10)

**Jawab:**

**Pembahasan**

Diketahui  $f(x) = -7x^3 + 18x - 9 = -7(5)^3 + 18(5) - 9$ ,

maka  $f(x + h) = -7(x + h)^3 + 18(x + h) - 9 = -7(5 + h)^3 + 18(5 + h) - 9$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-7(5+h)^3 + 18(5+h) - 9] - [-7(5)^3 + 18(5) - 9]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[-7(5^3 + 3 \cdot 5^2 h + 3 \cdot 5 h^2 + h^3) + 18(5) + 18h - 9] - [-7(5)^3 + 18(5) - 9]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-7 \cdot 5^3 - 7 \cdot 3 \cdot 5^2 h - 7 \cdot 3 \cdot 5 h^2 - 7 h^3 + 18(5) + 18h - 9 + 7(5)^3 - 18(5) + 9}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(-7 \cdot 3 \cdot 5^2 - 7 \cdot 3 \cdot 5 h - 7 h^2 + 18)h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} -7 \cdot 3 \cdot 5^2 - 7 \cdot 3 \cdot 5 h - 7 h^2 + 18, \text{ ingat bahwa } h = 0 \\ &= -507 \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = -7x^3 + 18x - 9$  di  $x = 5$  menggunakan cara definisi adalah  $-507$

3. Tunjukkanlah sifat-sifat turunan fungsi aljabar yang sesuai untuk mencari turunan pertama fungsi yang disajikan dengan menjodohkan anggota dalam kedua tabel berikut. (Skor 10)

Contoh fungsi aljabar	
1.	$f(x) = \frac{2}{3}x^2 + 5x^{\frac{1}{2}}$
2.	$f(x) = -\frac{1}{4}x^6$
3.	$f(x) = 3x^3 - 7x^{-2}$
4.	$f(x) = 4x(2x^5 + 4x^2 - 8)$
5.	$f(x) = \frac{(15x^5 - 3x^2 + 4)}{(2x^3 + 5x)}$

Sifat-sifat turunan fungsi aljabar	
a.	$f'(x) = u'(x) - v'(x)$
b.	$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$
c.	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
d.	$f'(x) = anx^{n-1}$
e.	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

**Jawab:**

**Pembahasan**

Contoh fungsi aljabar	Bentuk fungsi	Sifat-sifat turunan fungsi aljabar
1. $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + 5x^{\frac{1}{2}}$	$f(x) = u(x) + v(x)$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
2. $f(x) = -\frac{1}{4}x^6$	$f(x) = anx^{n-1}$	$f'(x) = anx^{n-1}$
3. $f(x) = 3x^3 - 7x^{-2}$	$f(x) = u(x) - v(x)$	$f'(x) = u'(x) - v'(x)$
4. $f(x) = 4x(2x^5 + 4x^2 - 8)$	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
5. $f(x) = \frac{(15x^5 - 3x^2 + 4)}{(2x^3 + 5x)}$	$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

Jadi, pasangan yang tepat adalah 1 – c, 2 – d, 3 – a, 4 – e, dan 5 – b.

4. Tunjukkanlah contoh fungsi aljabar yang sesuai berdasarkan sifat-sifat turunan fungsi aljabar dengan menjodohkan anggota dalam kedua tabel berikut. (Skor 10)

Sifat-sifat turunan fungsi aljabar	
1.	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$
2.	$f'(x) = u'(x) - v'(x)$
3.	$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$
4.	$f'(x) = anx^{n-1}$
5.	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$

Contoh fungsi aljabar	
a.	$f(x) = 8x^{-\frac{3}{5}}$
b.	$f(x) = (5x^3 - 3x)(4x^2 - 8x + 2)$
c.	$f(x) = 1\frac{2}{5}x^7 - \frac{1}{2}x^3$
d.	$f(x) = 5x^3 + \frac{2}{7}x$
e.	$f(x) = \frac{3x^5 + 6x^{-\frac{2}{3}}}{-2x^3}$

**Jawab:**  
**Pembahasan**

	Sifat-sifat turunan fungsi aljabar	Bentuk fungsi	Contoh fungsi aljabar
1.	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$f(x) = (5x^3 - 3x)(4x^2 - 8x + 2)$
2.	$f'(x) = u'(x) - v'(x)$	$f(x) = u(x) - v(x)$	$f(x) = 1\frac{2}{5}x^7 - \frac{1}{2}x^3$
3.	$f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$	$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$	$f(x) = \frac{3x^5 + 6x^{-\frac{2}{3}}}{-2x^3}$
4.	$f'(x) = anx^{n-1}$	$f(x) = anx^{n-1}$	$f(x) = 8x^{-\frac{3}{5}}$
5.	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$	$f(x) = u(x) + v(x)$	$f(x) = 5x^3 + \frac{2}{7}x$

Jadi, pasangan yang tepat adalah 1 – b, 2 – c, 3 – e, 4 – a, dan 5 – d.

5. Tentukan turunan pertama fungsi aljabar berikut, dengan menggunakan sifat-sifat turunan fungsi. (Skor 20)

a.  $f(x) = \frac{3x^4 - 4x^2 + 6x}{x^2 - 5}$

b.  $f(x) = -8x^4 + 3x^3 - 5x^{\frac{3}{5}} + 9x^{\frac{1}{2}} - 12$

**Jawab:**  
**Pembahasan**

a.  $f(x) = \frac{3x^4 - 4x^2 + 6x}{x^2 - 5}$

Menggunakan sifat turunan hasil bagi fungsi  $f'(x) = \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2}$

Misalkan  $u(x) = 3x^4 - 4x^2 + 6x$        $v(x) = x^2 - 5$   
 $u'(x) = 12x^3 - 8x + 6$        $v'(x) = 2x$

Sehingga, 
$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{u'(x) \cdot v(x) - u(x) \cdot v'(x)}{[v(x)]^2} \\ &= \frac{[12x^3 - 8x + 6] \cdot [x^2 - 5] - [3x^4 - 4x^2 + 6x] \cdot [2x]}{[x^2 - 5]^2} \\ &= \frac{[12x^5 - 8x^3 + 6x^2 - 60x^3 + 40x - 30] - [6x^5 - 8x^3 + 12x^2]}{[x^2 - 5]^2} \\ &= \frac{12x^5 - 8x^3 + 6x^2 - 60x^3 + 40x - 30 - 6x^5 + 8x^3 - 12x^2}{[x^2 - 5]^2} \\ &= \frac{6x^5 - 60x^3 - 6x^2 + 40x - 30}{[x^2 - 5]^2} \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = \frac{3x^4 - 4x^2 + 6x}{x^2 - 5}$  adalah  $f'(x) = \frac{6x^5 - 60x^3 - 6x^2 + 40x - 30}{[x^2 - 5]^2}$



b.  $f(x) = -8x^4 + 3x^3 - 5x^{\frac{3}{5}} + 9x^{-\frac{1}{2}} - 12$

Menggunakan sifat turunan pangkat fungsi  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= 4 \cdot (-8)x^3 + 3 \cdot 3x^2 - \frac{3}{5} \cdot 5x^{-\frac{2}{5}} + \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot 9x^{-\frac{3}{2}} \\ &= -32x^3 + 9x^2 - 3x^{-\frac{2}{5}} - \frac{9}{2}x^{-\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

Jadi, turunan pertama fungsi  $f(x) = -8x^4 + 3x^3 - 5x^{\frac{3}{5}} + 9x^{-\frac{1}{2}} - 12$  adalah  
 $f'(x) = -32x^3 + 9x^2 - 3x^{-\frac{2}{5}} - \frac{9}{2}x^{-\frac{3}{2}}$

6. Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = (8x - 3)^4$  dengan menggunakan aturan dalil rantai. (Skor 10)

**Jawab:**

**Pembahasan**

Diketahui  $f(x) = (8x - 3)^4$

Misalkan  $u(x) = 8x - 3$ , sehingga  $f(u) = [u(x)]^4$

$$f(u) = [u(x)]^4 \quad u(x) = 8x - 3$$

$$f'(u) = \frac{df}{du} = 4[u(x)]^3 \quad u'(x) = \frac{du}{dx} = 8$$

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= 4[u(x)]^3 \cdot (8), \text{ substitusikan } u(x) \text{ ke bentuk semula}$$

$$= 4(8x - 3)^3 \cdot (8)$$

$$= 32(8x - 3)^3$$

Turunan pertama fungsi  $f(x) = (8x - 3)^4$  dengan menggunakan aturan dalil rantai adalah

$$f'(x) = 32(8x - 3)^3$$

7. Diketahui fungsi  $f(x) = -x^2 + 3x + 4$ . Buatlah grafik fungsi tersebut dan grafik turunan pertama fungsi aljabar tersebut dalam sebuah koordinat kartesius yang sama. (Skor 10)

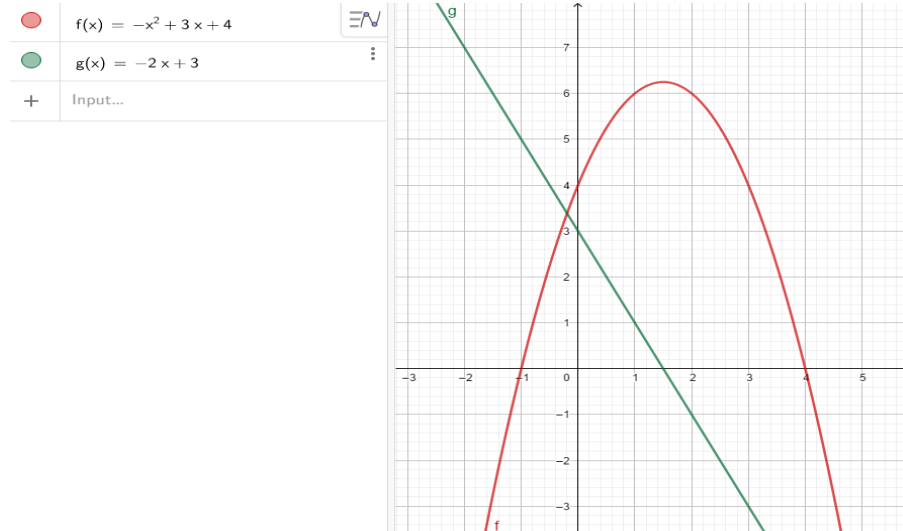
**Jawab:**

**Pembahasan**

$f(x) = -x^2 + 3x + 4$ , dengan menggunakan sifat turunan pangkat fungsi  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$f'(x) = -2x + 3$$

Dengan menggunakan geogebra diperoleh grafik fungsi dan grafik turunan fungsi aljabar sebagai berikut.



8. Buatlah sebuah contoh soal fungsi aljabar serta solusi untuk mencari turunan pertama fungsi tersebut berdasarkan salah satu sifat dalam turunan fungsi aljabar yang sudah kalian pahami. **(Skor 10)** [Catatan: contoh soal yang dibuat merupakan asli dari pemikiran kalian sendiri]

**Jawab:**

**Pembahasan**

Terdapat banyak contoh soal yang dapat dibuat, berikut merupakan salah satu contoh soal yang dapat dibuat.

Tentukan turunan pertama fungsi  $f(x) = (3x + 1)(4x^3 + x + 8)$ .

Solusi:

$f(x) = (3x + 1)(4x^3 + x + 8)$ , dengan menggunakan sifat hasil kali turunan aljabar diperoleh

Menggunakan sifat turunan hasil kali fungsi  $f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

$$\begin{aligned} \text{Misalkan } u(x) &= (3x + 1) & v(x) &= (4x^3 + x + 8) \\ u'(x) &= 3 & v'(x) &= 12x^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Sehingga, } f'(x) &= u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) \\ &= [3] \cdot [4x^3 + x + 8] + [3x + 1] \cdot [12x^2 + 1] \\ &= [12x^3 + 3x + 24] + [36x^3 + 3x + 12x^2 + 1] \\ &= 48x^3 + 12x^2 + 6x + 25 \end{aligned}$$

Jadi, turunan kedua fungsi  $f(x) = (3x + 1)(4x^3 + x + 8)$  adalah  $f'(x) = 48x^3 + 12x^2 + 6x + 25$

9. Diketahui fungsi  $f(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + 8$ . Jika  $f'(4) = -19$  dan  $f'(7) = -94$ , maka tentukan nilai  $a + 3b^2$ . **(Skor 10)** [Petunjuk: Boleh menggunakan kalkulator jika diperlukan]

**Jawab:**

**Pembahasan**

$$f(x) = ax^3 + bx^2 - 3x + 8$$

Menggunakan sifat turunan pangkat fungsi  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx - 3$$

Untuk  $x = 4$ , diperoleh  $f'(4) = 3a(4)^2 + 2b(4) - 3 = -19$

Untuk  $x = 7$ , diperoleh  $f'(7) = 3a(7)^2 + 2b(7) - 3 = -94$

Dengan menggunakan eliminasi dan substitusi diperoleh,

$$\begin{array}{r} 48a + 8b = -16 \quad | \times 14 \\ 147a + 14b = -91 \quad | \times 8 \\ \hline 672a + 112b = -224 \\ 1176a + 112b = -728 \quad - \\ \hline -504a = 504 \\ a = -1 \end{array}$$

Karena  $a = -1$ , maka substitusi ke salah satu persamaan diperoleh,

$$48(-1) + 8b = -16$$

$$8b = -16 + 48$$

$$b = \frac{32}{8} = 4$$

Jadi, nilai  $a + 3b^2 = (-1) + 3(4)^2 = -1 + 48 = 47$

10. Diketahui  $f(x) = 2x^5 - x^3 + 2x$  dan  $g(x) = x^5 - 2x^4 + x - 3$ .

Jika  $p(x) = f'(x) - g'(x)$ , maka tentukan  $p''(x)$ . (Skor 10)

**Jawab:**

**Pembahasan**

$$f(x) = 2x^5 - x^3 + 2x \text{ dan } g(x) = x^5 - 2x^4 + x - 3$$

$f'(x)$  dan  $g'(x)$  diperoleh dengan menggunakan sifat turunan pangkat fungsi  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$\begin{aligned} p(x) &= f'(x) - g'(x) \\ &= [10x^4 - 3x^2 + 2] - [5x^4 - 8x^3 + 1] \\ &= 10x^4 - 3x^2 + 2 - 5x^4 + 8x^3 - 1 \\ &= 5x^4 + 8x^3 - 3x^2 + 1 \end{aligned}$$

$p'(x)$  dan  $p''(x)$  diperoleh dengan menggunakan sifat turunan pangkat fungsi  $f'(x) = anx^{n-1}$

$$p'(x) = 20x^3 + 24x^2 - 6x$$

$$p''(x) = 60x^2 + 48x - 6$$

Jadi,  $p''(x) = 60x^2 + 48x - 6$

## TIPS BELAJAR MATEMATIKA

Matematika merupakan ilmu pengetahuan dasar dari segala ilmu pengetahuan yang ada. Sepanjang perjalanan pendidikan seseorang, matematika selalu dipelajari baik di sekolah maupun di lembaga-lembaga pendidikan lain. Terdapat beragam cabang ilmu matematika dalam kehidupan kita, mulai dari matematika untuk pendidikan, konstruksi bangunan/jembatan/jalan, perhitungan dalam hukum jual beli, perbankan, dan sebagainya. Kita mengetahui bahwa dalam belajar matematika pasti selalu mempelajari konsep, mulai dari konsep yang paling mudah hingga konsep yang paling sulit dan abstrak. Sebagai contoh, konsep dasar mengenai kalkulus yaitu limit, turunan, dan integral. Hal tersebut menjadi abstrak untuk kita pelajari karena konsep dasar limit, turunan, dan integral menjadi sulit dibayangkan dalam imajinasi kita. Oleh karena itu, dalam membuat penyelesaian suatu permasalahan soal kita cenderung untuk menghafalkan rumus-rumus yang rumit dan akhirnya tidak lama kemudian pasti akan lupa. Tentunya, hal tersebut karena memori dalam otak kita terbatas dan tidak dapat menyimpan banyak informasi dalam waktu yang singkat. Lalu bagaimana cara belajar terbaik untuk bisa menguasai materi pelajaran yang bersifat abstrak? Beberapa tips yang dapat dilakukan versi penulis yaitu:

1. Melakukan banyak **latihan soal** dengan tingkat kesulitan yang **bervariasi** dan dilengkapi dengan pembahasan soal. Hal tersebut dikarenakan kunci utama belajar matematika adalah sering mengerjakan latihan soal, tidak hanya dari tugas yang diberikan guru tetapi latihan mandiri untuk mengasah kemampuan komputasi dalam menyelesaikan masalah.
2. Hilangkan *mindset* negatif bahwa matematika itu sulit dengan **membiasakan diri** untuk mengatakan “***bahwa saya bisa dan matematika itu mudah***”. Hal tersebut dikarenakan motivasi terbesar kita berasal dari diri kita sendiri.
3. Seorang guru pernah berkata, “***senyumin dahulu soalnya, kemudian baru dikerjakan***”. Hal tersebut dikarenakan dengan kita memberikan senyum, pasti akan ada rasa rileks dan bahagia dalam hati. Kita pun akan berpikir dengan senang tanpa ada rasa khawatir tidak menemukan penyelesaian.
4. Sebisa mungkin **hindari** untuk **menghafalkan rumus**, tetapi pahami rumus dengan seksama. Hal tersebut dikarenakan dengan memahami kita bisa mengetahui asal mula rumus tersebut bisa berlaku untuk menyelesaikan masalah dalam soal.
5. **Tanyakan langsung kepada guru** jika menemukan suatu hal yang tidak dapat diselesaikan sendiri dan membuat diri merasa bingung. Hal tersebut dikarenakan dengan bertanya kepada ahli/pakarnya langsung kita akan mendapatkan jawaban atas keraguan dalam diri kita.
6. Usahakan dalam setiap pertemuan dengan guru di kelas **tidak menyisakan pertanyaan dan keraguan dalam hati** mengenai materi pelajaran pada hari itu. Hal tersebut dikarenakan apabila kita meninggalkan pertanyaan/keraguan ketika pertemuan tersebut, kita akan mengalami kebingungan saat mengerjakan tugas di rumah.
7. Sebisa mungkin **langsung kerjakan tugas/PR** dari guru setelah pulang sekolah. Hal tersebut dikarenakan pikiran kita masih *fresh* dengan materi yang baru saja disampaikan guru di kelas dan tentunya tidak menunda-nunda pekerjaan. Kita tidak pernah mengetahui kesibukan apa yang akan kita lakukan pada hari-hari berikutnya.

## DAFTAR PUSTAKA

- Brennan, K., & Resnick, M. (2012). "New Frameworks for Studying and Assessing the Development of Computational Thinking". *Annual American Educational Research Association Meeting*. Vancouver, BC, Canada.
- Csizmadia, A., et al. (2015). "*Computational Thinking A Guide for Teachers*". London: Computing at School.
- Hasanah, H. (2019). Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Turunan Fungsi Aljabar. *Jurnal InTent*, 2(1), 76-84.
- Kalyuga, S. (2009). *Cognitive Load Factors in Instructional Design for Advanced Learners*. New York: Nova Science Publishers, Inc.
- Kirschner, P. A., Sweller, J., & Clark, R. E. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure of constructivist, discovery, problem-based, experiential, and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41, 75– 86. [http://dx.doi.org/10.1207/s15326985ep4102\\_1](http://dx.doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1)
- Renkl, A. (2014b). Towards an instructionally-oriented theory of example-based learning. *Cognitive Science*, 38, 1–37.
- Renkl, A. (2017). Instruction based on examples. In R. E. Mayer & P. A. Alexander (Eds.), *Handbook of research on learning and instruction* (2nd edn., pp. 325–348). New York, NY: Routledge.
- Retnowati, E., Ayres, P., & Sweller, J. (2017). Can Collaborative Learning Improve the Effectiveness of Worked Examples in Learning Mathematics?. *Journal of Educational Psychology*, 109 (5), 666-679.
- Rich, P. J., & Matthew, B. L. (2016). *Computational Thinking: Toward a Unifying Definition*. Provo, USA: Springer International Publishing Switzerland.
- Seel, N. N. (2012). Worked Example Effect. (Online). ([Worked Example Effect | SpringerLink](#) diakses pada Kamis, 18 Februari 2021 pukul 12.55 WIB).
- Sweller, J. (2011). *Cognitive load theory*. In J. P. Mestre & B. H. Ross (Eds.), *The psychology of learning and motivation: Vol. 55. The psychology of learning and motivation: Cognition in education* (p. 37–76). Elsevier Academic Press. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-387691-1.00002-8>
- Sweller, J., Ayres, P., & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive Load Theory*. New York: Springer Science+Business Media, LLC.
- WhatsApp Inc. (2021). Features. (Online). (<https://www.whatsapp.com/features/> diakses pada Kamis, 28 Januari 2021 pukul 12.37 WIB).
- Wing, J. M. (2006). Computational Thinking. *Communications of the ACM*, 49 (3), 33-35.
- Wing, J. M. (2008). Computational Thinking and Thinking About Computing. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 366 (1881), 3717–3725.



Modul ini disusun untuk memudahkan peserta didik dalam memahami materi turunan fungsi aljabar. Penyajian tulisan menggunakan bahasa yang mudah dipahami dan gambar yang sederhana.

Modul ini menggunakan strategi pembelajaran *worked example* dengan mempertimbangkan *cognitive load* peserta didik dan kemampuan komputasi.

Beberapa keunggulan penerapan *worked example* yaitu: (1) memuat langkah demi langkah penyelesaian dalam setiap contoh soal; (2) memberikan penjelasan lebih lanjut mengenai makna keterkaitan limit fungsi aljabar dengan turunan fungsi aljabar dan pembuktian sifat turunan fungsi aljabar menggunakan *scan QR code youtube* yang telah dibuat penulis; (3) memuat skala kesulitan soal dari 1 sampai 9 yang dapat dipilih oleh masing-masing peserta didik; serta (4) memuat soal-soal latihan yang telah dikembangkan dan bervariasi.

Modul ini diharapkan dapat membantu peserta didik dalam memahami turunan fungsi aljabar sesuai dengan *cognitive load* yang dimiliki masing-masing peserta didik untuk membangun kemampuan komputasi yang baik.

